



由一道高考题引出对静电计工作原理的探讨

黄 鹏

(西南大学附属中学 重庆 400700)

(收稿日期:2015-01-10)

摘要:由2008年高考宁夏卷第21题的分析,引出了对静电计工作原理的探讨,并从函数的角度解释了静电计指针刻度为何收敛.

关键词:静电计 电容器 电荷量

2008年高考宁夏卷第21题是一道考查静电计工作原理的好题,至今许多高中物理参考书引用.原题如下.

【题目】如图1所示, C 为中间插有电介质的电容器, a 和 b 为其两极板; a 板接地; P 和 Q 为两竖直放置的平行金属板,在两板间用绝缘线悬挂一带电小球; P 板与 b 板用导线相连, Q 板接地.开始时悬线静止在竖直方向,在 b 板带电后,悬线偏转了角度 α .在以下方法中,能使悬线的偏角 α 变大的是

- 缩小 a, b 间的距离
- 加大 a, b 间的距离
- 取出 a, b 两极板间的电介质
- 换一块形状大小相同、介电常数更大的电介质

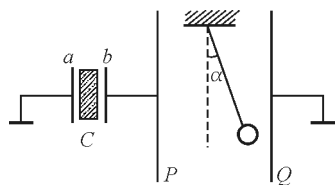


图1

解析:令 ab 和 PQ 的电容为 C_1 和 C_2 ,电荷量为 q_1 和 q_2 ,电压为 U_1 和 U_2 .稳定时,电势

$$\varphi_a = \varphi_Q \quad \varphi_b = \varphi_P$$

则

$$U_{ba} = U_{PQ}$$

即

$$U_1 = U_2$$

方法一:将 PQ 电容器等效为一个静电计,即认为其电容 C_2 很小,因此 ab 电容器的电荷量 q_1 可认

为近似不变.要使 α 变大,就要增大球所受的电场力 Eq .由 $E = \frac{U}{d}$ 知,需增大 U_2 ,即增大 U_1 ;又由 $C_1 = \frac{q_1}{U_1}$ 得,减小 C_1 ,最后根据 $C_1 = \frac{\epsilon S}{4\pi kd}$ 得,增大 d 或者减小 ϵ .故选B,C.

方法二:由 $U_1 = U_2$ 得

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

且 $q_1 + q_2 = q$ 保持不变,又因为

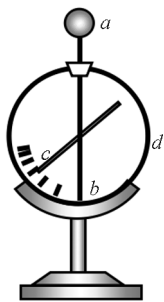
$$E \propto \frac{q_2}{S}$$

要使 α 变大,就要增大 E ,即增大 q_2 ,则 q_1 必定减小,又 C_2 不变,所以 C_1 减小,最后根据 $C_1 = \frac{\epsilon S}{4\pi kd}$ 得,增大 d 或者减小 ϵ .故选B,C.

此题源自人教版教材《物理·选修3-1》第一章第8节的演示实验——研究平行板电容器电容的影响因素.表面上是考查学生对电容器电容的定义、影响平行板电容器电容的因素及静电场相关知识,其实背后真正考查的是对实验原理的理解,特别是对静电计工作原理的认识.静电计的工作原理到底是什么?为什么静电计可以测量电势差?为什么静电计的指针刻度不均匀?这些都是学生学完那节后的困惑,现对此作一探析.

如图2所示,静电计由金属球 a ,连杆 b ,指针 c 和金属外壳 d 组成(指针重心略在转轴之下), a, b, c 相连为一个电极, d 为另一电极,两极构成一个电容器.因为 a 电极尺度小,且两极相距较远,所以电容非常小,笔者用数字式多用电表测学校配备的

J10005 指针式静电计电容为 10 pF, 即使指针偏角变化, 因良好的对称性, 电容也基本不变. 当金属球 a 与被测带电体连接, 外壳 d 接地时, 由于面电荷密度与曲率半径成反比, 电荷尖端分布, 指针 c 的两端和连杆 b 下端将带上同种电荷. 又因静电感应, 外壳 d 内壁会出现异种电荷, 在壳内产生电场, 对三尖端均有静电力. 若三尖端的材料和粗细相同, 则可认为这是三个等量同种电荷. 由对称性可知, 外壳对指针的静电力的转动力矩近似为零, 因此指针的偏角由 b 上电荷与指针两端电荷的斥力矩和指针的重力矩平衡条件决定.



a. 金属球 b. 连杆 c. 指针 d. 金属外壳

图2 静电计

如图3所示, 设指针的质量为 m , 重心 O 与转轴的距离为 l' , 指针半长为 l , 指针偏转角度 θ 后每个尖端电荷量为 q , 则

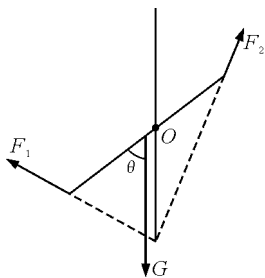


图3

重力矩为

$$M_G = mgl' \sin \theta$$

下端斥力矩为

$$M_1 = k \frac{q^2}{\left[2(l+l') \sin \frac{\theta}{2}\right]^2} \cdot$$

$$(l+l') \cos \frac{\theta}{2} \approx \frac{kq^2 \cos \frac{\theta}{2}}{4l \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

上端斥力矩为

$$M_2 \approx k \frac{q^2}{\left(2l \cos \frac{\theta}{2}\right)^2} \cdot \left(l \sin \frac{\theta}{2}\right) = \frac{kq^2 \sin \frac{\theta}{2}}{4l \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

由力矩平衡条件 $M_1 - M_2 = M_G$, 推得

$$q^2 = \frac{4mgll' \sin^3 \theta}{k \left(\cos^3 \frac{\theta}{2} - \sin^3 \frac{\theta}{2}\right)} = \frac{k' \sin^3 \theta}{\left(\cos^3 \frac{\theta}{2} - \sin^3 \frac{\theta}{2}\right)}$$

其中 $k' = \frac{4mgll' l'}{k}$, 是由静电计物理结构决定的常数.

对静电计作适当简化, 得到了指针偏角 θ 和电荷量 q 之间比较复杂的函数关系, 为清楚起见, 应用数值分析绘出了 $\theta-q$ 图像, 由图4知, 指针偏角 θ 随电荷量 q 的增大而增大, 但不是线性关系. 因为图线切线斜率逐渐减小, 最后趋近于零, 所以指针偏角 θ 随电荷量 q 增大得越来越慢, 当电荷量大到一定程度时, 偏角基本保持不变, 且永远无法达到 $\frac{\pi}{2}$. 也就是说, 随着 q 的无限增大, θ 收敛于 $\frac{\pi}{2}$, 即 $y = \frac{\pi}{2}$ 是图线的水平渐近线.

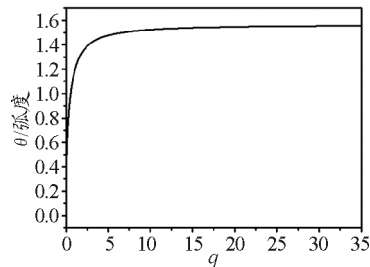


图4

由 θ 和 q 的函数关系知, 只要读出偏角 θ 就可以算出电荷量 q , 则静电计带电荷量为 $Q_1 = 3q$, 若还知道静电计电容 C_1 , 就可以求出带电体电势差 $U_2 = U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$, 若还知道带电体电容 C_2 , 由 $\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$ 就可得带电体电荷量 Q_2 . 因此经过不同定标, 静电计完全可以直接测量电势差和电荷量.

参考文献

- 1 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学. 北京: 高等教育出版社, 2006
- 2 周文阳, 何海明. 关于静电计“三问”. 物理通报, 2011(8):