

对“双电荷”电场中带电粒子做匀速圆周运动条件的研究

姜付锦 朱小娟

(武汉市黄陂区第一中学 湖北 武汉 430030)

(收稿日期:2015-03-03)

摘要:通过对“双电荷”电场强度的研究,证明了在这种电场中带电粒子若仅受电场力作用且速度满足特定的要求时,则有可能做匀速圆周运动。

关键词:“双电荷”电场 电场强度 匀速圆周运动

本文中的“双电荷”电场是指等量同种点电荷电场或等量异种点电荷电场,下面分别分析在这两种情形下电场中的带电粒子受力情况及匀速圆周运动条件,并推出圆周运动的速度关系式,从而证明带电粒子仅受电场力且速度满足特定的要求时,带电粒子有可能做匀速圆周运动。

1 等量异种点电荷电场中带电粒子做匀速圆周运动

如图1所示,在带等量异种点电荷量 Q 和 $-Q$ 形成的电场中,若在 $P(d, h)$ 点放一个带正电的质点,则受到库仑引力和斥力。显然 $F_{引} > F_{斥}$, $\alpha > \theta$ 。若满足 $F_{引} \sin \theta = F_{斥} \sin \alpha$, $F_{引} \cos \theta > F_{斥} \cos \alpha$,则对于以 M 点为圆心,以 PM 为半径的圆上每一个点,其场强大小相等,方向指向圆心。那么当带正电

的粒子以一个恰当的速度垂直 PM 进入电场时,由牛顿第二定律和向心力公式,有

$$F_{引} \cos \theta - F_{斥} \cos \alpha = m \frac{v^2}{h}$$

这表明带电粒子可做匀速圆周运动。再根据电场分布的对称性,在“双电荷”电场的左边对称位置上,同样的方法,可让一个带负电的粒子做匀速圆周运动。

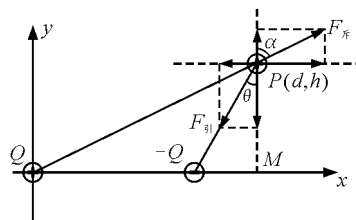


图1 等量异种点电荷电场中的匀速圆周运动

接下来我们继续计算。圆弧 D_1E_1 在中心 O 点产生的场强可以分解,由于对称性,沿水平方向的分量会互相抵消,我们来计算竖直方向的分量。

$$\Delta E_y = k \frac{\lambda \overline{D_1E_1}}{R^2} \cos \alpha = k \frac{\lambda \overline{GE_1}}{R^2}$$

所以圆弧 A_1B_1 在中心 O 点产生的场强等于弦 A_1B_1 (图12中没有画出)在中心 O 点产生的场强。即

$$E_1 = k \frac{\lambda \overline{A_1B_1}}{R^2} = k \frac{q}{R^2}$$

其中 $q = \lambda \overline{A_1B_1}$,也就是说,如果在 AB 中点处放置一带电荷量为 q 的点电荷,其在中心 O 点产生的场强与 AB 边在中心 O 点产生的场强一样,此即第一种解法中问题的答案。

对于其他情况,例如正多边形每个顶点带不等量点电荷,也可得出相应结果。就不一一计算了。

3 结语

从以上讨论过程可以看出对称的重要性,对称不仅帮助我们认识现象的本质,而且可以使计算大为简化,使复杂的问题得以快速解决。对对称性的认识我们不能停留在感性认识上,更要注意认识其内部的对称性,而且还要能够充分发挥想象力,善于构造对称关系,以简化解题步骤^[3]。

参考文献

- 程稼夫. 中学奥林匹克竞赛物理教程·电磁学篇. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2004. 11
- 江志云, 黄丽贞. 对称性在高中物理教学中的初步研究.

2 等量同种点电荷电场中带电粒子的匀速圆周运动

如图2所示,两点电荷带等量同种正电荷 Q 和 Q ,设存在点 $P(d, h)$,使放在该点的负点电荷 q 受到的电场力方向垂直指向 x 轴.

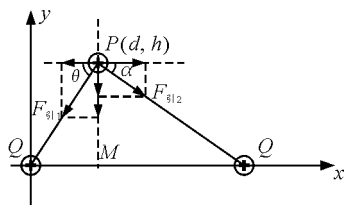


图2 等量同种点电荷电场中的匀速圆周运动

当 $F_{q1} \cos \theta = F_{q2} \cos \alpha$,则 $F_{q1} \sin \theta + F_{q2} \sin \alpha$ 垂直指向 x 轴.如果以 M 点为圆心,以 PM 为半径做一个圆周,则圆周上每一个点的场强大小相等,方向指向圆心.若这个带负电的粒子以一个恰当的速度垂直 PM 进入电场,即满足

$$F_{q1} \sin \theta + F_{q2} \sin \alpha = m \frac{v^2}{h}$$

则可做匀速圆周运动.再根据电场分布的对称性,在双电荷电场的右边对称位置上,同样的方法,可让同一个带负电的粒子做匀速圆周运动.其实在两电荷中垂线上的某一个位置带电粒子仅受电场力也可能做匀速圆周运动.

3 “双电荷”电场中带电粒子做匀速圆周运动的可能区域

如图3所示,在真空中两个点电荷 $Q(-a, 0)$ 和 $-q(a, 0)$ 形成电场.

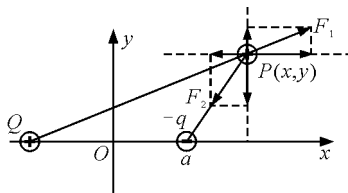


图3 “双电荷”电场中 $E_x = 0$ 的区域

在该电场中某点 $P(x, y)$ 有一带电正粒子,它仅受电场力作用,合力方向总垂直指向两电荷的连线,即电场中 $E_x = 0$ 时,若带电粒子的速度方向垂直

纸面且大小合适,则电粒子就可能做匀速圆周运动,由库仑定律得

$$E_x = k \left\{ \frac{Q(x+a)}{[(x+a)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{q(x-a)}{[(x-a)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} = 0$$

将上式化简求得

$$y^2 = \frac{(x+a)^2 \sqrt[3]{Q^2(x-a)^2} - (x-a)^2 \sqrt[3]{Q^2(x+a)^2}}{\sqrt[3]{Q^2(x+a)^2} - \sqrt[3]{Q^2(x-a)^2}}$$

取 $Q^2 = q^2, a = 1$,数值模拟如图4所示.

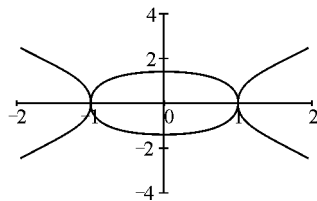


图4 “双电荷”电场中电场强度的水平分量为零的区域

以上曲线中既包含了等量同种电荷电场中 $E_x = 0$ 的区域也包含了等量异种电荷电场中 $E_x = 0$ 的区域,在 $(-1, 1)$ 之间的是等量同种电荷电场中可能位置;在 $(-\infty, -1)$ 与 $(1, +\infty)$ 为等量异种电荷电场中的可能位置.若为不等量“双电荷”电场,则只需将上式中 $\frac{Q}{q}$ 改变即可,限于篇幅这里不再讨论.

综上所述,在等量“双电荷”的电场中,带电粒子仅受电场力可能做匀速圆周运动有以下两种情况:在等量异种电荷连线的两边特定区域;在等量同种电荷连线的中垂线上和两电荷与中垂线之间特定区域.

参考文献

- 1 孙会刚. 两点电荷电场线的分布. 中学物理, 2008(11):19~21
- 2 孙会刚. 不等量异号电荷电场线的定量研究. 中学物理, 2009(6):24~25
- 3 陈进学. 带电粒子沿等势线运动的讨论. 物理教师, 2007(12):24
- 4 普通高中课程标准实验教科书物理·选修3-1. 北京:人民教育出版社, 2010. 15