

物理问题中神奇的临界条件——共速

韦中燊

(北京市大兴第一中学 北京 102600)

周蕊

(首都师范大学物理系 北京 100048)

(收稿日期:2015-04-02)

摘要:临界问题是诸多物理问题中很值得重视的一类,解决临界问题的关键是找出临界条件. 仔细关注一下诸多的临界问题之后,会有一个很有意思的发现,就是“共速”是许多临界问题中的临界条件.

关键词:临界问题 临界条件 共速

1 追及与相遇问题中的共速

追及与相遇类问题是运动学中的一个难点问题,涉及到两个研究对象,物理量之间的关系相对较为复杂. 在追及与相遇类问题中就有很多的临界问题,其中涉及的临界条件正是“共速”. 这里讨论下面两种情况.

运动. 设小球返回该连接点时的速度仍然为 v , 则变化起点的加速度应为 $\frac{v^2}{R}$, 终点的加速度为 $\frac{v^2}{R_\infty} = 0$, 即加速度经历了 $\frac{v^2}{R} \sim \frac{v^2}{R_\infty} \left(\frac{v^2}{R} \sim 0 \right)$ 的变化. 我们要确定的仍然是连接点的值, 因终点已在水平轨道上, 故此时小球在连接点的加速度应为

$$a_n = \frac{v^2}{R} (a_\tau = 0)$$

对轨道的压力为

$$F = mg + m \frac{v^2}{R}$$

在上面的分析中我们看到, 解决问题的关键是把连接点确定为暂态过程变化的起点, 有了这个认识, 其余的问题就非常清楚了. 而暂态过程, 相当于一曲率半径由 $R_\infty \sim R(0 \sim R)$ 或 $R \sim R_\infty(R \sim 0)$ 连续变化的轨道.

最后我们解释一点, 速度和加速度两者的定义

第一种: 恰好追上(相撞)或追不上(撞不上)

在诸多追及(相撞)问题中, 有匀减速直线运动物体追及(相撞) 匀速直线运动物体和匀减速直线运动物体追及(相撞) 匀加速直线运动物体这两种情形. 这两种情形中, 前者恰好能够追上(相撞) 后者的临界条件, 正是共速. 因为, 如果当两者速度相同的时候, 前者还不能追上(相撞) 后者, 那么在这

在形式上是完全相同的, 在该例中, 为什么速度的定义没有出现问题, 而加速度定义却出现了问题呢? 这是因为两轨道在连接点是有公共切线的, 它反映在位移图像上的对映点亦有公共的切线, 所以速度的定义不会出现问题. 轨道不是速度的图像, 若是在速度图像上, 两曲线在连接点有公共切线, 则加速度的定义也不会出现问题. 我们想, 速度的定义也有类似的缺陷. 若两轨道不是平滑的连接, 则位移的图像在连接点的对应处就可能没有公共的切线, 这时用速度的定义去求速度, 就会出现两个不同的值. 比如, 在非弹性碰撞中, 就可能出现位移的图像是一条折线, 在连接点就没有公共的切线.

参考文献

- 1 杜志建. 2015 高考《考试大纲》调研卷物理. 延吉: 延边出版社, 2015
- 2 刘强. 轻巧夺冠同步讲解(人教版)《高中物理·必修2》. 北京: 北京出版集团, 北京教育出版社, 2013. 33

个时刻之后,前者的速度将会小于后者的速度,再也不可能追上(相撞)后者.

第二种:两者之间距离最大或者最小

追及问题中,如果是匀速直线运动的物体追及匀加速直线运动的物体,在两者速度相同时,如果前者还没有追上后者,就会出现两者之间距离最小的情况.因为在此时刻之前,前者的速度比后者大,相同时间内前者的位移比后者大,两者之间的距离会随时间缩短.在此时刻之后,前者的速度比后者小,两者之间的距离又被拉大.

如果是匀减速直线运动物体追及匀速直线运动物体,在速度相等时刻前者没有追上后者,也会出现两者距离最小的情形.

如果是一个匀速直线运动的物体去追及一个匀减速直线运动的物体,而且后者的初速度比前者的速度大,在两者速度相等的情况下,就会出现两者之间距离最大的情况.因为,在此时刻之前,前者的速度比后者小,相同时间内的位移前者小于后者,两者之间的距离会随着时间变大,当两者速度相等时这个距离达到最大.

同样,一个初速度小的匀加速直线运动物体追及一个初速度大的匀减速直线运动物体时,也会在两者速度相同时出现两者距离最大的情况.

2 “板块(车块)”模型中的共速

【例1】如图1所示,质量 $m_1 = 0.3 \text{ kg}$ 的小车静止在光滑的水平面上,车长 $L = 1.5 \text{ m}$,现有一个质量 $m_2 = 0.2 \text{ kg}$ 可视为质点的物块,以水平向右的速度 v_0 从小车左端开始滑行.物块与车平面间的动摩擦因数 $\mu = 0.5$,取 $g = 10 \text{ m/s}^2$,求要使物块不从小车右端滑出,物块位于小车左端的速度 v_0 就不能超过多少?

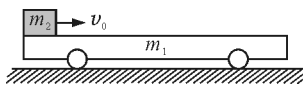


图1

分析:物块在小车上滑行时,受到水平向左的滑动摩擦力,做匀减速直线运动,小车受到水平向右的

滑动摩擦力,做匀加速直线运动,要使物块恰好不从小车上滑出,需物块到小车右端时与小车有共同的速度 v .然后,在此基础上,只要根据动量守恒定律和功能关系就可以很顺利地解决此问题了.

3 “子弹击打木块”模型中的共速

【例2】如图2所示,质量为 M 的木块放在光滑水平面上,现有一质量为 m 的子弹向右以速度 v_0 射入木块中.设子弹在木块中所受阻力不变,且子弹未射穿木块.试求:子弹、木块相对静止时的速度 v .

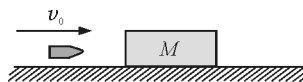


图2

分析:两个物体之间处于相对静止状态的特征就是两者速度相等.对于子弹击打木块模型,只要子弹最终留在了木块中,拥有共同速度将是必然的结果.在此基础上,利用动量守恒定律和功能关系就可以解决相关问题了.

4 “弹簧模型”中的共速

“弹簧模型”也可以看成一个类子弹打击木块的模型,不过在“弹簧模型”中,当两个物体的速度相同时,会出现弹性势能最大的情形.对于弹簧来说,弹性势能最大,意味着弹簧的形变量最大,所以又关联着一个两物体之间距离最大或者最小的问题.

【例3】如图3所示,光滑水平直轨道上有3个质量均为 m 的物块 A, B, C. B 的左侧固定一轻弹簧(弹簧左侧的挡板质量不计).设 A 以速度 v_0 朝 B 运动,压缩弹簧;当 A 和 B 速度相等时, B 与 C 恰好相碰并粘接在一起,然后继续运动.假设 B 和 C 碰撞过程时间极短.求从 A 开始压缩弹簧直至与弹簧分离的过程中,弹簧被压缩到最短时的弹性势能.



图3

解析:在这个问题中,弹簧压缩到最短时的状态

就是物块 A, B, C 三者速度相同的时候. 具体解答过程如下.

从 A 压缩弹簧到 A 与 B 具有相同速度 v_1 时, 对 A, B 与弹簧组成的系统, 根据动量守恒定律得

$$mv_0 = 2mv_1 \quad (1)$$

此时 B 与 C 发生完全非弹性碰撞. 设碰撞后的瞬时速度为 v_2 , 损失的机械能为 ΔE . 对 B, C 组成的系统, 由动量守恒定律和能量守恒定律得

$$mv_1 = 2mv_2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \Delta E + \frac{1}{2}(2m)v_2^2 \quad (3)$$

联立式(1)~(3)得

$$\Delta E = \frac{1}{16}mv_0^2 \quad (4)$$

由式(2)可知 $v_2 < v_1$, A 将继续压缩弹簧, 直至 A, B, C 三者速度相同, 设此时速度为 v_3 , 此时弹簧被压缩至最短, 其弹性势能为 E_p . 由动量守恒和能量守恒定律得

$$mv_0 = 3mv_3 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \Delta E = \frac{1}{2}(3m)v_3^2 + E_p \quad (6)$$

联立式(4)~(6)得

$$E_p = \frac{13}{48}mv_0^2 \quad (7)$$

5 电磁感应中双杆在轨道上滑动类问题中的共速

【例 4】如图 4 所示, 宽为 l 光滑的导电轨道的弧形部分处于磁场外, 轨道的水平部分处于垂直轨道平面向上、磁感强度为 B 的匀强磁场中, 质量为 $2m$ 的金属杆 cd 静止在水平轨道上, 另一质量为 m 的金属杆 ab , 从弧形轨道上 h 高处由静止开始下滑. 设 ab 杆和 cd 杆始终与轨道垂直, 且接触良好, ab 杆与 cd 杆不会相碰, ab 和 cd 杆的电阻均为 R , 轨道电阻不计, 重力加速度为 g . 求: 在 ab 杆运动的整个过程中可产生的热量.

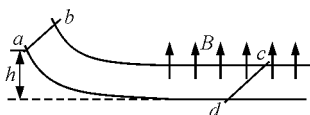


图 4

分析:杆 ab 从弧形轨道上滑下来之后, 以某一速度进入水平轨道的磁场区域, 开始切割磁感线, 使得回路中产生感应电流, 同时使得杆 ab 和杆 cd 都受到了安培力, 其中杆 ab 开始做减速运动, 杆 cd 开始做加速运动, 杆 cd 运动后也会切割磁感线产生电动势, 这个电动势会起到削弱杆 ab 产生的感应电动势的作用. 最终, 当杆 ab 和杆 cd 的速度大小相等时, 回路中感应电流消失, 两杆将保持这个速度开始匀速直线运动.

因此, 根据能量守恒, 整个过程中两杆上产生的热量总和等于系统机械能的损失. 又因为两杆的电阻相等, 所以杆 ab 上的发热是整个电路发热的 $\frac{1}{2}$.

6 结语

共速是指两个或多个物体速度或者速度的大小相等. 共速也是上述诸多问题中的临界条件. 那么, 为什么“共速”会成为这么多问题中的重要特征条件呢?

首先, 研究物体的运动规律, 是高中物理问题的核心之一. 描述一个物体的运动规律, 主要集中在速度、位移、时间和加速度这 4 个基本物理量上. 在这 4 个物理量中, 加速度是由于物体的受力而产生的, 它是其他物体与该物体之间相互作用的具体体现. 至于速度, 则是反应物体运动快慢和方向的重要物理量, 而它的变化快慢则又与加速度有关.

其次, 当两个物体在一起的时候, 它们之间可能的相互作用(追及类问题中的两个物体之间并不存在相互作用)只有力的作用, 其他的物理特征量是并不相互干扰影响的, 包括速度, 也就是说一个物体并不会把自己的速度传递给其他的物体. 但是, 物体之间产生力的相互作用时, 又会受到相互速度条件的影响, 尤其是当相互作用产生的力是摩擦力时. 两个物体速度相同的时候, 两者处于相对静止的状态, 摩擦力产生的条件不充分.

所以, 关于“共速”, 它只是诸多双体问题中的临界条件, 并不是关联条件.