短文荟萃

例析磁感应强度及面积同时变化时磁通量的计算

邓雪益
（睢宁高级中学北校　江苏 徐州　221200）

（收稿日期：2015－04－21）

磁通量及磁通量的变化概念抽象，一直是高中物理电磁感应方面的重难点．它可能会在不同情况下被要求计算，这给很多学生带来不小的难度．通常情况下，根据其公式$\Phi=BS$，高中阶段大都仅限于B和S恒定或其中一个量变化的情况．但是，随着近几年高中物理逐步加大对学生微元累加（微积分）思想的培养，使得B和S同时变化时，计算磁通量及磁通量变化的题目屡见不鲜，这无疑给学生带来了更大的解题难度．面对这样的情况，笔者通过对一道相关题目的讨论和分析，初步总结出：面对B和S同时变化时，对磁通量及磁通量变化进行计算的几种处理方案．具体讨论过程如下．

【题目】如图1所示，$\triangle ABC$为等腰直角三角形，AB边与x轴垂直，A点坐标为$(a,0)$，C点坐标为$(0,a)$，三角形区域内存在垂直平面向里的磁场，磁感应强度B与横坐标x的变化关系满足$B=\dfrac{k}{x}$（k为常量），三角形区域的左侧有一单匝矩形线圈，线圈平面与纸面平行，线圈宽为a，高为$2a$，电阻为R．若线圈以某一速度v匀速穿过磁场，整个运动过程中线圈不发生转动，则下列说法中正确的是

A．线圈穿过磁场的过程中感应电流的大小逐渐增大

B．线圈穿过磁场的过程中产生的焦耳热为$Q=\dfrac{4k^2av}{R}$

C．线圈穿过磁场的过程中通过导线横截面的电荷量为零

D．穿过磁场的过程中磁通量最大为$2ka$

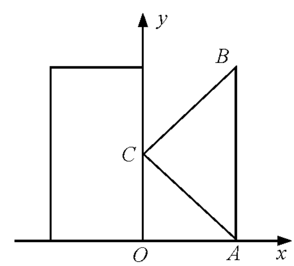

图1

点评：通过对题目的分析，我们不难看出：导体棒的切割运动说明线框分布有磁场的有效面积S是变化的；另外，关系式：$B=\dfrac{k}{x}$说明$\triangle ABC$内磁场虽然不随时间变化，但随位置变化，即：磁场分布不均匀，意味着B也是变化的．由此看来，该题是一道典型的B和S同时变化的模型．由于本文仅限于对磁感应强度及面积同时变化时磁通量的计算进行讨论，所以笔者将略去A，B，C 3个选项的讨论，着重对D选项进行分析和讨论，具体讨论过程如下：

思路一：联立通过线框横截面的电荷量的两种计算公式（即：$q=\dfrac{\Delta\Phi}{R}=It$）求解

解析：线圈穿过磁场的过程中，感应电动势$E=BLv$，根据欧姆定律可得感应电流大小

$$I=\frac{E}{R}$$

另外，由几何关系知，切割边运动距离为x时，$L=2x$，解得

$$I=\frac{2kv}{R}$$

为定值．又由题意可知，线框运动距离为a时磁通量最大（此时磁通量积累最多），用时

$$t=\frac{a}{v}$$

先得到

$$q=It=\frac{2ka}{R}$$

又因为

$$q=\frac{\Delta\Phi}{R}$$

联立得

$$q=\frac{\Delta\Phi}{R}=\frac{2ka}{R}$$

消去 R 得到

$$\Delta\Phi=\Phi_{\mathrm{m}}-0=2ka$$

即磁通量最大为 $2ka$，D 选项正确.

思路二：联立电动势的两种计算式，变形后两边进行累加

解析：由法拉第电磁感应定律得

$$E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

又根据导体棒切割产生感应电动势

$$E=BLv$$

联立得

$$E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=E=BLv$$

变式

$$\Delta\Phi=BLv\Delta t$$

进一步表示为

$$\Delta\Phi=\frac{k}{x}2xv\Delta t=2kv\Delta t$$

根据微元累加的观点对两边进行累加，其中对的累加变成末状态的磁通量 Φ，对的累加成为线框的位移，由思路一可知，累加到 a 时有

$$\Phi=\Phi_{\mathrm{m}}=2ka$$

思路三：利用数学基本定积分思路，列出磁通量函数方程式，对位移进行定积分

解析：根据题意可得出函数

$$\mathrm{d}\Phi=B\mathrm{d}S=BL\mathrm{d}x=\frac{k}{x}2x\mathrm{d}x=2k\mathrm{d}x$$

积分式

$$\int_0^{\Phi_{\mathrm{m}}}\mathrm{d}\Phi=\int_0^a 2k\mathrm{d}x$$

积分得

$$\Phi_{\mathrm{m}}=2ka$$

思路四：同样利用数学基本定积分，列出列出磁通量函数方程式，对面积进行定积分

解析：根据题意可得函数

$$\mathrm{d}\Phi=B\mathrm{d}S$$

又根据

$$B=\frac{k}{x}$$

又

$$S=\frac{1}{2}x\cdot 2x$$

得

$$B=kS^{-\frac{1}{2}}$$

代入得

$$\mathrm{d}\Phi=kS^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}S$$

定积分式为

$$\int_0^{\Phi_{\mathrm{m}}}\mathrm{d}\Phi=\int_0^{S_{\mathrm{m}}}kS^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}S$$

积分得

$$\Phi_{\mathrm{m}}=k\frac{1}{1-\frac{1}{2}}S_{\mathrm{m}}^{\frac{1}{2}}=2k\sqrt{S_{\mathrm{m}}}$$

又当位移为 a 时，有

$$S_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}a\cdot 2a=a^2$$

代入得

$$\Phi_{\mathrm{m}}=2ka$$

综上所述，通过以上有 4 种思路的讨论，揭示了磁通量但总的来说是磁场与面积积累的结果，所以处理磁感应强度及面积同时变化时，磁通量的计算问题大多使用微元累加（即积分）思想，这对学生对数学中微积分的思维能力提出了更高的要求.