加速度定义的缺陷及在教学中导致的问题

田均光

(任丘市第四中学 河北 沧州 062550)

(收稿日期:2015-04-20)

摘 要:本文通过实例分析了加速度定义的缺陷,并给出了解决的方法.

关键词:加速度 缺陷 暂态过程 压力

加速度是力学中最基本也是最重要的概念,它的定义实际上是数学中极限概念的物理化.极限在数学中有两种形式:函数在该点有极限(左右导数均存在且相等);函数在该点无极限.其中无极限又分为:左右导数均不存在;只存在左导数或右导数;左右导数均存在且不相等.加速度的定义选取的实际上只是函数在该点有极限这么一种情况.表面上看,这样的定义并没有问题,因为在实际的加速运动中,物体在每一点的加速度都存在且是唯一的.这样的理解在一般运动中是没有问题的,但在组合运动中(如物体先做匀速运动接着再做变速运动)问题便出现了.请看下面的例子.

一水平轨道和一半径为 R 的半圆轨道平滑连接,一质量为 m 的小球在该轨道上运动,不计摩擦.问题一:当小球由水平轨道进入半圆轨道经过连接点时,小球的加速度和对连接点的压力各是多少?问题二:当小球由半圆轨道返回进入水平轨道经过连接点时,小球的加速度和对连接点的压力各是多少?

这里的问题并不难,问题出在连接点的公共身份上,它既在水平轨道上,又在半圆轨道上.按水平轨道上的运动解答与按半圆轨道上的运动解答,两者的结果完全不同,导致答案无法确定.这是一个典型的左右导数均存在且不相等的问题,在加速度的定义中并没有给出解决此类问题的方法,直接由加速度的定义来解决该问题并不具有天然的正确性.这正是人们所没有注意到的加速度定义的缺陷.其实,数学中已有处理此类问题的例子,就是人为地确定取值,如级数中的狄里赫莱(Dirichlet)问题.只是在物理中,人们不承认加速度定义有缺陷,且实际问题总是连续有导数的,才导致该问题至今没有解决,比如文献[1]和[2]中对该问题的处理.下面,我们就给出解决这一问题的正确方法.

这实际上是一个突变的问题,在数学上表示是函数的断点,物理中是一个实际的运动,总是连续的,不存在断点的问题.关键是我们要把突变问题理解为一个瞬间变化的过程,或为暂态过程.这个暂态过程变化的起点就是二轨道的连接点,终点是变化方向上与连接点无限接近的相邻点,在问题一中,这个相邻点在半圆轨道上.设小球在水平轨道上以速度 v 做匀速直线运动,故变化起点的运动应是匀速直线运动,则小球在起点即连接点的加速度应为 $\frac{v^2}{R_\infty}$,在终点的加速度为 $\frac{v^2}{R}$,即加速度经历了 $\frac{v^2}{R_\infty}\sim\frac{v^2}{R}\left(0\sim\frac{v^2}{R}\right)$ 的变化.我们要确定的是连接点的值,因终点已在半圆轨道上,故此,在问题一中,小球在连接点的加速度为

$$a_{\mathrm{n}}=\frac{v^2}{R_\infty}=0(a_\tau=0)$$

对轨道的压力为

$$F=mg$$

问题二可类似地得到解决.在连接点同样经历暂态变化过程,变化的起点仍然是连接点,变化的终点则在与连接点无限接近的水平轨道上.因变化前小球做的是圆周运动,故变化起点的运动应是圆周

物理问题中神奇的临界条件 —— 共速

韦中燊
(北京市大兴第一中学　北京　102600)
周　蕊
(首都师范大学物理系　北京　100048)

(收稿日期:2015－04－02)

摘　要:临界问题是诸多物理问题中很值得重视的一类.解决临界问题的关键是找出临界条件.仔细关注一下诸多的临界问题之后,会有一个很有意思的发现,就是“共速”是许多临界问题中的临界条件.

关键词:临界问题　临界条件　共速

1　追及与相遇问题中的共速

追及与相遇类问题是运动学中的一个难点问题,涉及到两个研究对象,物理量之间的关系相对较为复杂.在追及与相遇类问题中就有很多的临界问题,其中涉及的临界条件正是“共速”.这里讨论下面两种情况.

第一种:恰好追上(相撞)或追不上(撞不上)

在诸多追及(相撞)问题中,有匀减速直线运动物体追及(相撞)匀速直线运动物体和匀减速直线运动物体追及(相撞)匀加速直线运动物体这两种情形.这两种情形中,前者恰好能够追上(相撞)后者的临界条件,正是共速.因为,如果当两者速度相同的时候,前者还不能追上(相撞)后者,那么在这

运动.设小球返回该连接点时的速度仍然为 v,则变化起点的加速度应为$\dfrac{v^2}{R}$,终点的加速度为$\dfrac{v^2}{R_\infty}=0$,即加速度经历了$\dfrac{v^2}{R}\sim\dfrac{v^2}{R_\infty}\left(\dfrac{v^2}{R}\sim 0\right)$的变化.我们要确定的仍然是连接点的值,因终点已在水平轨道上,故此时小球在连接点的加速度应为

$$a_n=\frac{v^2}{R}(a_\tau=0)$$

对轨道的压力为

$$F=mg+m\frac{v^2}{R}$$

在上面的分析中我们看到,解决问题的关键是把连接点确定为暂态过程变化的起点,有了这个认识,其余的问题就非常清楚了.而暂态过程,相当于一条曲率半径由 $R_\infty\sim R(0\sim R)$ 或 $R\sim R_\infty(R\sim 0)$ 连续变化的轨道.

最后我们解释一点,速度和加速度两者的定义在形式上是完全相同的,在该例中,为什么速度的定义没有出现问题,而加速度定义却出现了问题呢?这是因为两轨道在连接点是有公共切线的,它反映在位移图像上的对映点亦有公共的切线,所以速度的定义不会出现问题.轨道不是速度的图像,若是在速度图像上,两曲线在连接点有公共切线,则加速度的定义也不会出现问题.我们想,速度的定义也有类似的缺陷.若两轨道不是平滑的连接,则位移的图像在连接点的对应处就可能没有公共的切线,这时用速度的定义去求速度,就会出现两个不同的值.比如在非弹性碰撞中,就可能出现位移的图像是一条折线,在连接点就没有公共的切线.

参 考 文 献

1　杜志建.2015 高考《考试大纲》调研卷物理.延吉:延边出版社,2015

2　刘强.轻巧夺冠同步讲解(人教版)《高中物理·必修 2》.北京:北京出版集团,北京教育出版社,2013.33