



关于速度分解的逻辑分析

陈 钢 陶 洪

(苏州大学物理与光电·能源学部 江苏 苏州 215006)

(收稿日期:2015-04-26)

摘 要:简要论述了“速度的分解与合成”的特征,通过实例对教学中的速度分解问题进行了逻辑分析,力图揭示速度分解问题的本质关系,解答相关教学疑难.

关键词:速度分解与合成 逻辑分析 关联速度

“速度的分解与合成”,是高中物理教学中常常出现的运动学问题.由分速度合成为合速度是确定的、唯一的,但速度的分解往往是多解的,如图1速度 v 既可以被分解为 v_1+v_2 ,也可以分解为 $v'_1+v'_2$,一个速度可以分解为任意的分速度组合,只要分速度与合速度之间满足矢量的“平行四边形法则”.

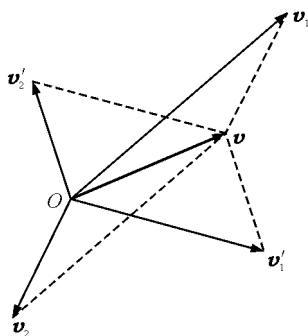


图1 速度分解一般规则的图示

图1是速度的分解一般规则的图示,可以看出速度的分解应当至少满足两条规则:第一条,由于分速度来源于原速度,分速度与原速度表达同一运动对象或同一点的运动速度,所以分速度与原速度必然共点;第二条,分速度与原速度是对同一个速度的两种完全等价的表述.分速度与原速度之间只存在量值关系,不存在因果关系.

教学中经常出现“拉船问题”如图2,长期以来高中物理教学甚至大学普通物理教学都把它作为典型的“速度分解”教学例题.在拉船问题中对船速的分解有两种方式,一种是教学中常常用来对学生讲

述的所谓“正确的分解”方式,即将船的速度分解为沿绳的分量和垂直于绳的分量,按照教学中“正确的分解”方式,船头A点既参与沿绳AO方向的运动,又参与以O为中心垂直于AO的“横向”运动,所以船速必须分解为沿绳的速度分量和垂直于绳的速度分量.另一种则是“错误的分解”方式,即将船的速度看作为绳速的分量.学生常常疑惑,为什么绳速是船速分解的分速度就是正确的,而将船速作为绳速的分速度就是错误的呢?

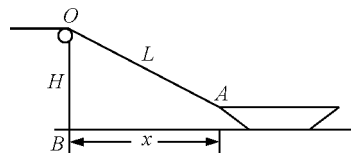


图2 拉船问题:如何分解速度?



图3 O点和A点的不同速度

笔者认为,船速与绳速的关系根本就不属于速度分解的问题,既非绳速的分量为船速,亦非船速的分量为绳速.船头A点沿水平面运动,行船的速度与拉绳的速度并不构成速度分解与合成的关系,因为显然绳速与船速是因果关系,拉绳为“因”而行船为“果”,这不符合速度分解的逻辑关系.拉绳为主动的作用,船速则为被动的运动,如果按照速度的分解,非要认为绳速是船速的分量,二者的因果关系岂不

被颠倒,而且难以被学生理解和接受。

另一方面,如图3所示,绳上OA各点的速度并不相同,拉绳的速度其实只是绳上O点的速度,而船速与A点绳速相等,它们是绳上两个不共点的速度,它们的关系显然不是速度与分速度的关系.所以对“拉船问题”以“矢量分解”为基本方法的解法都必然存在逻辑的缺陷或逻辑的困境。

那么绳速与船速应当属于哪一种关系呢?笔者认为,拉绳是“因”,而船行是“果”,A点速度与O点速度有关联,它们符合关联速度的特征,是典型的“关联速度”问题.在机械运动中普遍地存在着速度的关联关系,关联速度的基本特征是,一个独立的运动导致另一个相关联的运动,这两个运动被几何关系的“约束方程”,根据图2对拉船问题可以写出约束方程

$$x^2 + H^2 = L^2 \quad (1)$$

求导后求得

$$x \frac{dx}{dt} = L \frac{dL}{dt} \quad (2)$$

即

$$v_{\text{船}} = \frac{L}{x} v_{\text{绳}} = \frac{v_{\text{绳}}}{\cos \theta} \quad (3)$$

第二个例子源于文献[1]的讨论,是马拉车的问题,有两匹马以同样大小的速度 v ,与水平方向均成角 α 拉一辆马车,求此马车前进的速度 u 。

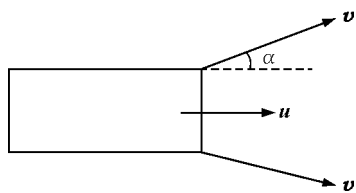


图4 马拉车的速度如何“分解”

文献[1]提出学生中主要有4种不同的见解:

A. 根据运动的合成 $u = 2v \cos \alpha$

B. 根据运动的分解和合成 $u = \frac{2v}{\cos \alpha}$

C. 根据速度的分解 $u = v \cos \alpha$

D. 根据速度的分解 $u = \frac{v}{\cos \alpha}$

同一个速度会有如此多样的分解与合成关系,

不能不说学生在遇到速度分解关系时处于积极思考的状态,同时也说明速度分解常常给学生带来疑惑,的确需要教师在教学中予以重视.文献[1]提出“各方争执不下,教师引导学生对自己和别人的思维过程及结论进行分析、评价和判断.采用归谬法来启发学生思维的批判性,将学生中出现的对问题的理解和解答的片面性有意推向极端,从而暴露出其中的谬误。”

文献[1]指出“车速沿绳方向的投影(分速度)等于马的速度”.笔者认为“投影”是两个矢量相互的关系, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A \cos \theta) B = (B \cos \theta) A$, 括号里就表示投影,从数学上看没有绝对投影关系,在逻辑上也没有绝对的选择条件,仅从数学关系无法确定“车速沿绳方向的投影(分速度)等于马的速度”,或“车速沿车行方向的投影等于车的速度”哪一个正确,所以答案C和D作为数学关系在逻辑上是对等的,没有任何逻辑理由否定一个而肯定另一个.文献[1]推出“正确答案”是D而否定了答案C,其理由是“当 $\alpha = 90^\circ$ 时,即两匹马沿同一条直线朝相反方向拉车,马能前进吗?既然马不能动,车速必然为零.”用了一个貌似合理的“极端”理由否定了答案C,但是这个理由在逻辑上并不充分,把这个理由用于答案D,当 $\alpha = 90^\circ$ 时, $u = \frac{v}{\cos \alpha} = \infty$,显然这也是一个不合理的结果.总之,无论文献[1]用什么理由肯定D而否定C,都必然难“圆”其说.所以认定 $u = \frac{v}{\cos \alpha}$ 是“正确的‘投影’关系”,逻辑上是先验的,理由是牵强的.车速只取决于马的运动,与车速无关,更与车速的“投影”无关。

马拉车问题存在两种不同的模型,生活中所见到的是共速运动,两匹马驾辕拉车,由于车辕的限制实际上只有向前的共速,若两马运动不对称车就会向某一侧偏离前进方向,驭夫就会调整车速,这种模型正确的答案就是 $u = v$ 。

另一种教学中讨论的模型实际上是一个瞬时关系模型,马拉车模型与图5虚线框内表示的瞬时运动关系等效.两马对称拉车,马向两侧运动,而车向

前直行. 马拉车是因果现象, 车速与车速的关系其实正如船速与绳速一样是关联关系, 而不是分解与合成的关系. 如图6 马拉车的绳上AO段各点运动方向不同, 车速与车速的瞬时关系实际上是指绳上A点速度与绳上O点速度的瞬时关系, A点和O点不是共点, 两个不共点的速度不可能存在分解关系.

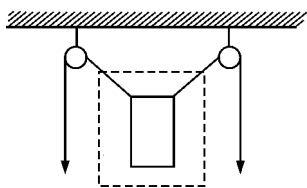


图5 马拉车的等效示意图

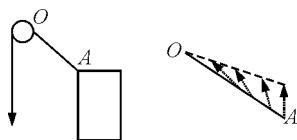


图6 车速与车速不共速

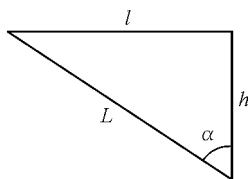


图7 几何约束关系

由马拉车模型中的三角形几何关系写出约束方程

$$L^2 - h^2 = l^2 \quad (4)$$

对式(4)求导数, 得

$$u = \frac{L}{h}v = \frac{v}{\cos \alpha} \quad (5)$$

式(5)给出了车速与车速的瞬时数值关系. 还有一种简单的求解方法, 由绳不可伸长, 则车行速度沿绳方向的分量 $u \cos \alpha$ 必与车速 v 相等, 即 $u \cos \alpha = v$, 明确指出它们只是数值关系.

类似绳拉船、马拉车、用滑轮拉升重物等都是典型的关联运动, 很有必要弄清楚此类问题的正确意义, 写出它们的约束方程, 再利用求导数的方法解“相关变化率”是运动问题中的一类常见题目. 除了用约束方程求解关联速度, 还可以用功率方法和速度变换方法求解关联速度. 如果教学中不能正确判别速度之间的关系, 当然会造成理解的困惑, 甚至出现错误. 当教学中遇到某些疑难, 应当从更为广泛的概念中寻求正确合理的解释, 它们正是教学中需要深入研究的地方.

参考文献

- 1 刘海生. 培养学生批判性思维能力的探索. 物理教师, 1999(11):7~8
- 2 周誉蔼. 物体在约束条件下的速度. 物理通报, 2002(5):19~21
- 3 钱文莹. 解物理题的三次抽象. 物理教师, 1999(12):44~45
- 4 程锐. 两个博尔特拉着你能跑出5秒的百米成绩吗? 中学物理教学参考, 2010(10):39
- 5 王春胜. 绳杆两端物体速度的几种处理方法. 物理通报, 2015(4):56~57
- 6 秦笑春. 从伽利略速度变换角度理解相对运动中速度的合成与分解. 物理教师, 2015, 36(4):62~63

Logical Analysis on Speed Decomposition

Chen Gang Tao Hong

(School of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006)

Abstract: The feature of velocity decomposition and synthesis is briefly expounded in logical analysis with teaching examples, trying to resolve some relevant teaching problem.

Key words: velocity decomposition and synthesis; logical analysis; linked-velocity