

图像变换在物理问题中的应用*

——《物理教师》2014年第7期两篇文章的补充探讨

王朝祥

(北京市第八十中学 北京 100102)

(收稿日期:2015-08-23)

摘要:结合实例,对图像变换进行了分类及解析,讨论了其在物理解题中的应用.

关键词:图像变换 解题 应用

利用图像描述物理规律、分析解决实际问题,是中学物理中常用的研究方法.图像问题是物理高考命题的重要内容,能有效地考查学生运用数学方法处理物理问题的能力(近几年的高考考试说明中表述为推理能力、应用能力、探究能力).

在《物理教师》2014年第7期中,分别就2013年、2014年北京物理高考实验题的第(5)小题的图像问题进行分析,提出了数形结合、求导、特殊值法、定义域法等不同的解决途径,使读者受益匪浅.仔细分析这两个问题,写出图像的函数解析式后,笔者体会到二者有共同的解决方法——图像变换,特与读者分享.

【例1】[2013年北京卷第21题第(5)小题]某同学通过实验测定一个阻值约为 $5\ \Omega$ 的电阻 R_x 的阻值,电路图如图1所示,实验中所用电表的参数为:电流表($0\sim 0.6\ \text{A}$,内阻约 $0.125\ \Omega$)、电压表($0\sim 3\ \text{V}$,内阻约 $3\ \text{k}\Omega$).

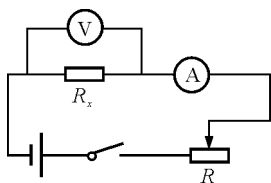


图1

在不损坏电表的前提下,将滑动变阻器滑片 P

从一端滑向另一端,随滑片 P 移动距离 x 的增加,被测电阻 R_x 两端的电压 U 也随之增加,下列反映 $U-x$ 关系的示意图中正确的是

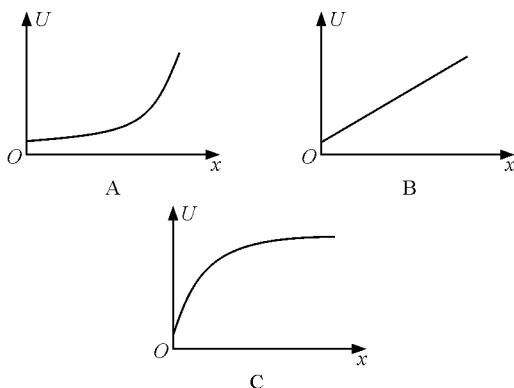


图2

分析:由题意得知,滑片由右向左滑动,电压表示数增大.滑动变阻器总长度记为 l ,忽略电表对电路的影响,以滑片移动的距离 x 为自变量(定义域: $x > 0$),被测电阻 R_x 两端的电压 $U=f(x)$ 的解析式可表述为

$$U = \frac{ER_x}{r + R_x + \left(R - \frac{x}{l} \cdot R\right)} = \frac{El \frac{R_x}{R}}{\left[x - \frac{(r + R_x + R)l}{R}\right]}$$

学生在高中数学中学过:函数 $y=f(-x)$ 的图

* 本文是北京市教育科学“十二五”规划课题“高中创新实验班物理与数学课程整合实践研究”成果之一,课题编号 DBB15072

像与函数 $y=f(x)$ 的图像关于 y 轴对称; 函数 $y=f(x-a)$ 的图像可以由函数 $y=f(x)$ 的图像向右平移 a 个单位得到 ($a>0$). 据此, 本题中 U 随 x 变化的图像可以按照如下步骤获得:

第一步: 作出反比例函数 $U = \frac{El \frac{R_x}{R}}{x}$ 的图像, 因

$\frac{ElR_x}{R} > 0, x > 0$, 其图像为位于第 1 象限的一条双曲线.

第二步: 将第一步所作的图像关于 y 轴对称, 得

到函数 $U = \frac{El \frac{R_x}{R}}{-x}$ 的图像.

第三步: 将对称所得的函数图像向右平移

$\frac{(r+R_x+R)l}{R}$, 就可以得到函数

$$U = \frac{El \cdot \frac{R_x}{R}}{-\left[x - \frac{(r+R_x+R)l}{R}\right]}$$

的图像, 答案为 A 图.

总结: 本题考查学生运用数学知识分析物理问题的能力, 解决思路可概括为“写出函数解析式 → 图像变换”两个步骤, 根据欧姆定律不难写出 $U=f(x)$ 的解析式, 再经过图像的对称、平移变换等操作将函数 $U=f(x)$ 的图像与常见的反比例函数图像联系起来, 问题迎刃而解.

数学中常见的图像变换有对称、平移、伸缩变换等, 规则如下:

(1) 对称变换

函数 $y=f(-x)$ 的图像与函数 $y=f(x)$ 的图像关于 y 轴对称;

函数 $y=-f(x)$ 的图像与函数 $y=f(x)$ 的图像关于 x 轴对称.

(2) 平移变换 ($a>0, b>0$)

函数 $y=f(x \pm a)$ 的图像由函数 $y=f(x)$ 的图像向左或向右平移 a 个单位得到;

函数 $y=f(x) \pm b$ 的图像由函数 $y=f(x)$ 的图像向上或向下平移 b 个单位得到;

函数 $y=f(a-x)=f[-(x-a)]$ 的图像由函数 $y=f(x)$ 的图像先关于 y 轴对称、再向右平移 a 个单位得到.

(3) 伸缩变换 ($A>0, \omega>0$)

把 $y=f(x)$ 的图像上各点的纵坐标变为原来的 A 倍, 得到函数 $y=Af(x)$ 的图像;

把 $y=f(x)$ 的图像上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍, 得到函数 $y=f(\omega x)$ 的图像.

【例 2】[2014 年北京卷第 21 题第 (5) 小题] 利用电流表和电压表测定一节干电池的电动势和内电阻, 实验电路如图 3 所示, 电压表的量程为 $0 \sim 3 \text{ V}$, 电流表的量程为 $0 \sim 0.6 \text{ A}$.

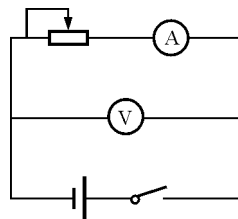


图 3

实验中, 随着滑动变阻器滑片的移动, 电压表的示数 U 及干电池的输出功率 P 都会发生变化, 图 4 的各示意图中正确反映 $P-U$ 关系的是

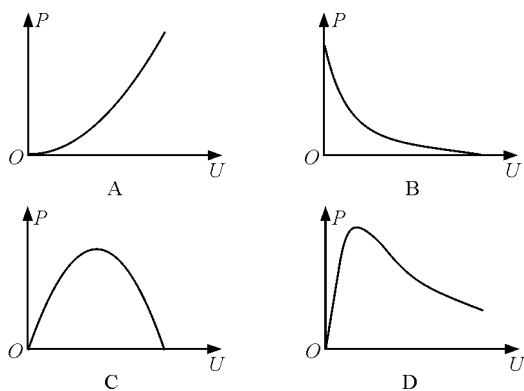


图 4

解析: 本题延续 2013 年实验题的命题意图, 继续考查学生对物理图像的理解能力、应用能力, 同样可以采用“写出函数解析式 → 图像变换”的解决步骤.

电源的电动势和内阻分别记为 E 和 r , 忽略电

表对电路的影响,以电压表的示数 U 为自变量(定义域: $U > 0$),电源输出功率 P 的解析式 $P = f(U)$ 可以写为

$$P = UI = U \frac{(E-U)}{r} = -\frac{1}{r}U^2 + \frac{E}{r}U = -\frac{1}{r}\left(U - \frac{E}{2}\right)^2 + \frac{E^2}{4r}$$

根据图像变换的知识不难得出,函数 $P = f(U)$ 的图像是开口向下、对称轴为 $U = \frac{E}{2}$ 、顶点坐标为 $\left(\frac{E}{2}, \frac{E^2}{4r}\right)$ 的抛物线,答案为C图。

综上所述,这两个问题都是以电路的动态变化为切入点,考查学生对物理图像的理解和应用,对学生的推理能力、探究能力有较高要求。

根据北京教育考试院对全市学生的统计数据,2013年第21题第(5)题的难度系数为0.33,2014年第21题第(5)题的难度系数为0.16,得分率都比较低。这说明学生利用数学知识(函数图像、数列、极值问题等)处理物理问题的能力有待提升,物理教

师在日常教学中应该加强这方面的知识渗透和能力培养。

关于物理图像在高中物理中应用的教学设计,笔者建议从如下几个方面入手:

(1) 按照“力、热、电、光、原”等模块梳理高中物理中常用的图像,然后按照一次函数、二次函数、三角函数等类别进行分类归纳,逐步培养学生“识图→绘图→用图”的能力。

(2) 识别图像时,要明确图像中横轴、纵轴所代表的物理量及其单位,挖掘图像中“点、线、面、截距、斜率”的物理意义,必要时写出函数解析式。

(3) 关注一次函数图像在测定性实验中的应用
一次函数的图像是一条倾斜直线,其截距、斜率都具有明显的物理意义,能直观地揭示自变量与因变量之间的函数关系。因此,测定性实验中常用一次函数图像处理实验数据。

有些物理量之间的关系不是线性关系,可以通过坐标变换转换成一次函数关系,从而使问题得到很好地解决,这种设计思想可以归纳为“化曲为直”。常见的转换方法如表1。

表1 常见转换方法

原函数	转换后的函数	纵轴对应的量	横轴对应的量	截距	斜率
$xy = a$	$y = a \cdot \frac{1}{x}$	y	$\frac{1}{x}$	0	a
$y = ax^2 + b$	$y = a(x^2) + b$	y	x^2	b	a
$y = a\sqrt{x} + b$	$y = a(\sqrt{x}) + b$	y	\sqrt{x}	b	a
$y = a^x$	$\lg y = (\lg a)x$	$\lg y$	x	0	$\lg a$
$y = ax^b$	$\lg y = b \lg x + \lg a$	$\lg y$	$\lg x$	$\lg a$	b

(4) 对于较为复杂的物理图像,可以尝试写出其函数解析式,再通过平移、伸缩、对称等图像变换,转化为常见的函数图像,从而简化问题。

2013年、2014年高考北京物理两道实验题,已有同行用几种不同的方法做了很好的处理。笔者应用图像变换对以上两道题做了补充探讨,所有这些做法对提高学生的综合能力,提高教师的教学水平

无疑都是十分必要和有益的。

参考文献

- 汪海林. 这根“ $U-x$ ”图线该怎样弯曲. 物理教师, 2014(7):77~78
- 崔琰,李筱娜. 2014年北京物理高考实验题的3种解法. 物理教师, 2014(7):79