

## 对一道“气体类”高考题的讨论

姚黄涛 冯杰

(上海师范大学数理学院 上海 200235)

(收稿日期:2015-08-31)

**摘要:**2014年全国高考物理上海试卷中第20题,即多项选择题的最后一题,是一道气体类型的题目.自行解题后发现网上相关教师上传的解析存在着不妥之处,于是提供此类型题目的解题方法和相应结论以供参考.

**关键词:**高考 物理 理想气体

## 1 原题与参考答案

原题<sup>[1]</sup>如下:如图1,在水平放置的刚性气缸内用活塞封闭两部分气体A和B,质量一定的两活塞用杆连接,气缸内两活塞间保持真空,活塞与气缸壁之间无摩擦,左侧活塞面积较大,A,B的初始温度相同,略抬高气缸左端使之倾斜,再使A,B升高相同温度,气体最终达到稳定状态.若始末状态A,B的压强变化量 $\Delta p_A$ , $\Delta p_B$ 均大于零,对活塞压力的变化量为 $\Delta F_A$ , $\Delta F_B$ ,则

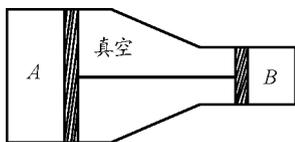


图1

A. A 体积增大      B. A 体积减小

C.  $\Delta F_A > \Delta F_B$       D.  $\Delta p_A < \Delta p_B$ 

此题标准答案为 A,D.

参考答案<sup>[2]</sup>如下:

平放时有

$$p_A S_A = p_B S_B$$

由  $S_A > S_B$  得

$$p_A < p_B \quad (1)$$

倾斜后一定有

$$(p_A + \Delta p_A) S_A + (M + m) g \sin \theta =$$

$$(p_B + \Delta p_B) S_B \quad (2)$$

升温后先假设 A,B 体积均不变,由查理定理有

$$\Delta p_A = \frac{\Delta T}{T_0} p_A < \Delta p_B = \frac{\Delta T}{T_0} p_B \quad (3)$$

故 D 正确.

作用点的正下方,仍然会发生横向的移动,只不过由于各个质点的摆动方向不一样,绳的质心并不发生偏移,绳会做复杂的绕中心转动的运动.

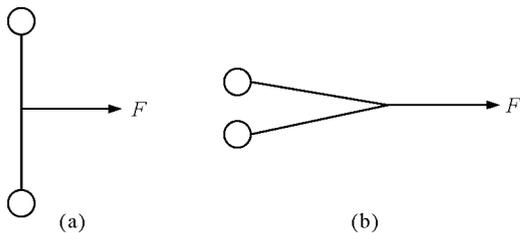


图3

关于力做功后物体运动方向与力的方向不一致的例子有很多,下面举一例以使讨论更为形象.如图3所示,一根轻绳两端系有两个质量为  $m$  的小球,初始位置如图3(a),在绳中点处施加力恒  $F$ . 容易想见最后小球相碰前会具有垂直于  $F$  的速度,如图3(b),

而显然全过程只有  $F$  对系统做功.

对应于本题讨论,外力  $F$  做功,而内力就好比是绳的张力,在绳提起后内力将  $F$  做的功一部分转化为绳横向摆动的动能.事实上除了  $F$  那端上那个质点外,其余质点的机械能均直接来自于内力做功,因此绳运动方向取决于内力方向也就不足为奇了.

回到原题,用上述方法计算手的冲量或者提力就不那么妥当了,原题应改为求竖直方向上手的冲量或者提力.而且文献[1]中竖直提起条件是不可能满足的,这正是问题的症结所在.

## 参考文献

- 1 沈晨. 更高更妙的物理. 杭州:浙江大学出版社,2012. 61, 322
- 2 程稼夫. 力学. 合肥:中国科技大学出版社,2013. 180, 509

气体对活塞压力变化量

$$\Delta F_A = \Delta p_A S_A = \frac{\Delta T}{T_0} p_A S_A$$

$$\Delta F_B = \Delta p_B S_B = \frac{\Delta T}{T_0} p_B S_B$$

故 
$$\Delta F_A = \Delta F_B \quad (4)$$

如果活塞质量忽略不计,则前后两个状态活塞不动,A,B体积均不变,现在活塞有了质量故活塞会向下滑,即A体积增大。”

## 2 分析题目和“参考解析”中的问题

整个系统发生了两个过程,先将气缸左端抬高,后升高温度,题目所要问的是两个过程前后A,B气体的物理量的变化,即状态参量的改变量.对于判断 $\Delta p_A$ 与 $\Delta p_B$ 的关系,参考答案中式(3)得出的结论是 $\Delta p_A < \Delta p_B$ ,我们注意到得出此结论的基础是假设A,B气体的体积不变,但是实际情况是求A,B气体经过两个过程后压强总的改变量,其中体积显然是发生变化的,那么体积的变化会引起压强的变化,所以直接用查理定律的变式解决 $\Delta p$ 不合适(此方法常常适用于判断两部分封闭气体之间水银柱的移动方向,我们要搞清楚这两种情况的区别,以防思维定势的误导),同样的道理,式(4)得出的结果也存在方法上的问题.最后再看判断气体A的体积变化的分析,参考答案未考虑升高温度所产生的影响,同时其判断方法模糊不清,无法触及到此类问题的本质所在.

现分析如下:设活塞总体质量为 $m$ ,左端抬高为过程1,加热为过程2,A,B气体状态参量分别用 $p_A, p_B, V_A, V_B$ 表示,初始状态参量分别为 $p_{A0}, p_{B0}, V_{A0}, V_{B0}$ .当气缸平放时有 $p_{A0} S_{A0} = p_{B0} S_{B0}$ ,经过过程1和过程2后系统处于平衡,则

$$(p_{A0} + \Delta p_A) S_A + mg \sin \theta = (p_{B0} + \Delta p_B) S_B \quad (5)$$

$$\Delta p_A S_A + mg \sin \theta = \Delta p_B S_B \quad (6)$$

$$\Delta F_A + mg \sin \theta = \Delta F_B \quad (7)$$

所以 
$$\Delta F_A < \Delta F_B \quad \Delta p_A < \Delta p_B$$

对于A体积如何变化,我们分开考虑.过程1中,A的体积增大,活塞右移;过程2中,假设升高温度时活塞不发生移动,根据查理定律有

$$\Delta p'_A = \frac{\Delta T}{T_0} p'_A \quad \Delta p'_B = \frac{\Delta T}{T_0} p'_B \quad (8)$$

式中 $\Delta p'_A, \Delta p'_B$ 为过程1结束后气体的压强.

所以

$$\Delta F'_A = \frac{\Delta T}{T_0} p'_A S_A < \Delta F'_B = \frac{\Delta T}{T_0} p'_B S_B$$

则活塞将左移,A的体积在过程2中会减小.于是我们发现无法以此判断A的体积的总变化.

## 3 引入物理模型 得出两个结论

为了解决A气体体积究竟如何变化,也就是过程1中的 $\Delta V_1$ 和过程2中的 $\Delta V_2$ 谁的值大,我们考虑以下物理模型——两端封闭玻璃管中上下部分被水银柱隔开的气体,如图2所示.设上部分气体1和下部分气体2的状态参量分别为 $p_1, V_1$ 和 $p_2, V_2$ ,水银柱产生的压强为 $p_0$ ,气体1和气体2的总体积为 $V_0$ .则

$$p_1 + p_0 = p_2 \quad (9)$$

$$p_1 V_1 = \mu_1 RT \quad (10)$$

$$p_2 V_2 = \mu_2 RT \quad (11)$$

$$V_1 + V_2 = V_0 \quad (12)$$

由式(9)、(10)、(11)、(12)消去 $p_1, p_2$ ,得出上部分气体体积与温度的关系

$$\frac{\mu_1 RT V_1}{(\mu_1 RT + p_0 V_1)(V_0 - V_1)} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (13)$$

对于式(13),当 $T \rightarrow \infty$ 时,两边取极限

$$\frac{\mu_1 R V_1}{\mu_1 R (V_0 - V_1)} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{推得} \quad V_1 = \frac{\mu_1 V_0}{\mu_1 + \mu_2}$$

当 $p_0 \rightarrow 0$ 时(即管子水平放置),两边取极限

$$\frac{\mu_1 RT V_1}{\mu_1 RT (V_0 - V_1)} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{推得} \quad V_1 = \frac{\mu_1 V_0}{\mu_1 + \mu_2}$$

也就是说,将管子转至水平位置与将温度升高至无穷大,两者的效果是相同的,即水银柱处于同一位置.或者换一种说法,我们的第一个结论是:水平放置的管子被竖直后,上部分气柱体积增大,若想使其体积减小到原来的程度,则需将气体的温度升高到无穷大.更进一步,这里的 $p_0$ 可以看成非竖直情况下水银柱产生压强的竖直分量,那么在有限的温度范围内,无法通过升温消除力学影响(这里仅限于我们讨论的图2所示的物理模型).

对于图2中的上部分气体1,由式(13)和理想气体物态方程 $p_1 V_1 = \mu_1 RT$ ,消去变量 $T$ 后可以得出封闭管子中上部分气体在温度变化过程中,压强



图2

与体积的关系

$$\mu_2 RTV_1 = (\mu_1 RT + p_0 V_1)(V_0 - V_1)$$

$$\mu_2 \frac{p_1 V_1}{\mu_1} V_1 = (p_1 V_1 + p_0 V_1)(V_0 - V_1)$$

$$\frac{\mu_1 + \mu_2}{\mu_1} p_2 V_1 = V_0 p_1 - p_0 V_1 + p_0 V_0$$

$$\text{得 } p_1 = \frac{\mu_1 p_0}{\mu_1 + \mu_2} \left[ \frac{\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} V_0}{V_1 - \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} V_0} - 1 \right] \quad (14)$$

$p_1$  与  $V_1$  关系为“ $p_1 = \frac{a}{V_1 - b} - c$ ”的形式(其中,  $a, b, c$  为正的参数).

于是我们进一步分析下图 2 中上部分气体 1 所经历的一个循环过程, 此循环过程可以分为 4 个阶段, 如图 3. 玻璃管由水平转至竖直方向为阶段 1; 对玻璃管上下部分气体加热为阶段 2; 玻璃管由竖直转动至水平方向为阶段 3; 对玻璃管降温至初始温度为阶段 4. 将这 4 个过程作于  $p-V$  图像上, 如图 4 所示. (注意: 研究对象为上部分气体 1)

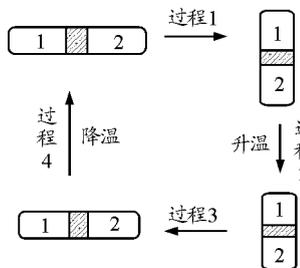


图 3

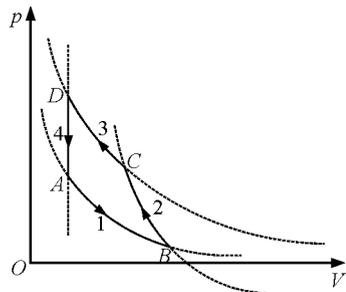


图 4

初始状态管子水平, 上部分气体 1 的状态参量对应 A 点. 阶段 1 中, 气体经历一等温过程, 在图像上对应为 A 到 B 的等温线. 阶段 2 中, 气体的压强与体积满足式(14)的函数关系所以在图中对应曲线 2. 阶段 3 又为一等温变化, 对应图上曲线 3. 即 C 点到 D 点的等温线. 根据前面式(13)  $p_0 \rightarrow 0$  时,  $V_1 =$

$\frac{\mu_1 V_0}{\mu_1 + \mu_2}$  为定值, 与温度无关, 即当管子水平放置时, 无论温度如何, 气体体积均为定值, 所以 D 点与 A 点的横坐标应相同. 第 4 阶段为一等容降温过程, 图像上为平行于  $p$  轴的线段, 因为 D 与 A 点的  $V$  相等, 所以通过阶段 4 气体必然又回到状态 A 点, 完成了一个循环. 由于是理想气体, 在这一循环中,  $C \rightarrow D \rightarrow A$  部分存在逆过程  $A \rightarrow D \rightarrow C$ , 那么从状态 A 到状态 C 就有两条路径. 也就是说我们可以采用两种途径来改变气体的状态参量, 但最终气体的状态参量是一致的. 即“竖直管子后加热”与“先加热再竖直管子”所达到的效果是相同的. 更概括一些, 即我们的第二个结论是: 理想气体从初状态经过一系列过程最终达到的末状态是唯一的, 无关乎这些过程的顺序.

#### 4 总结

归纳得出的两个结论:

(1) 水平放置的管子被竖直后, 上部分气柱体积增大, 若想使其体积减小到原来的程度, 则需将气体的温度升高到无穷大.

(2) 理想气体从初状态经过一系列过程最终达到的末状态是唯一的, 无关乎这些过程的顺序.

回到 2014 年的那道高考题, 根据结论(1), 可以判断出  $|\Delta V_1| < |\Delta V_2|$ , 所以最终 A 的体积是增大的. 从本质上看, 如果气缸左端未抬高, 只是升温, 那么活塞是不会移动的, 即过程 1 中活塞的移动是过程 2 中活塞移动的原因, 体积增大的效应是大于体积减小的效应的, 或者说升温引起的体积减小无法补偿左端抬高引起的体积增大. 从结论(2)出发, 我们也可以得出那道高考题的 A 选项, 整个系统经历了两个过程, 由于理想气体的状态变化与过程无关, 那么系统的末状态的确定就无关乎这两个过程的先后顺序, 所以我们可以假设先升温, 后将左端抬高, 这样的话, 我们很容易地可以得出  $V_A$  最终是增大的.

#### 参考文献

- 1 2014 年全国高考物理上海试卷及答案详解.