



Scratch 软件在中学物理教学中的应用初探*

胡慧廷 徐晓梅

(云南师范大学物理与电子信息学院 云南 昆明 650500)

(收稿日期:2015-10-20)

摘要:介绍了 Scratch 软件的特点和应用于中学物理教学的意义以及两个应用实例。

关键词:Scratch 中学物理教学 意义 应用实例

1 Scratch 简介

Scratch 是由麻省理工学院开发的一款面向中小学生的简易编程软件^[1],采用一种搭积木的方式编写程序,与传统的通过不断地敲击代码来编写程序的软件相比,它简单易学、交互性强、表现力好,可用于制作交互式图像、动画、模拟、仿真等等,深受中小学生的喜爱.2012年,该软件在中国得到普及,并成为我国中小学信息技术课的主要学习内容.

Scratch 软件的设计理念是“想象—编程—分享”,自 2.0 版本发布以来,软件已经可以实现在线运行,使分享和交流功能得到很大提升.

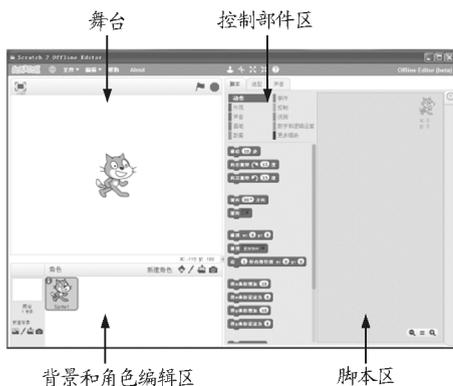


图 1 Scratch2.0 软件的操作界面

图 1 是 Scratch2.0 软件的操作界面,主要由 4 个子区域组成.舞台:用来演示程序.舞台宽 480 个单

位,高 360 个单位,中心是(0,0)点.舞台的坐标系如图 2 所示,在舞台中不会显示出来;背景和角色编辑区:用来选择背景和角色;控制部件区:用来控制角色的动作;脚本区:用来编写程序.

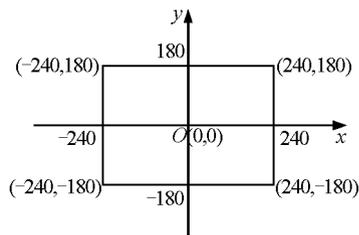


图 2 舞台的坐标系

用 Scratch 软件编程的一般步骤:

- (1) 设置背景和角色.可以自己绘制图形,也可以选择软件自带图形;
- (2) 编程.将控制部件区的积木用鼠标拖拽到脚本区,并按照一定的逻辑将积木嵌套好;
- (3) 演示.在舞台演示程序,并根据演示的结果进一步完善编程模块.

2 Scratch 应用于中学物理教学的意义

2.1 提高学生学习物理的兴趣

物理教材中,很多概念和规律以文字和公式的形式出现,学生学习起来可能觉得比较抽象、困难,这也直接减弱了部分学生对学习物理的兴趣.如果

* 云南师范大学研究生教育教学改革项目“《物理教学论》课程案例教学建设”,项目编号:YJG2015-A08

作者简介:胡慧廷(1992-),女,课程与教学论(物理)硕士研究生,从事物理课程与教学论学习与研究.

通讯作者:徐晓梅(1963-),女,副教授,从事大学物理教学和物理课程与教学论研究工作.

用 Scratch 软件将这些抽象的概念和公式运用在动画中,通过软件中实物的运动展现出来,就会给学生一种直观的视觉体验,让学生觉得这些物理概念和公式是可以感知的,接受起来会比较容易;同时,在课堂中加入动画的元素,可以活跃课堂气氛,创设出一种愉快的学习情境,增加物理教学的趣味性,激发学生学习物理的兴趣。

例如,学习《高中物理·必修1》“自由落体运动”一节时,教师一般会用牛顿管做羽毛和金属片分别在空气和真空中自由下落的演示实验来引入自由落体运动的概念,之后会让学生用打点计时器研究自由落体运动的规律.这些教学过程都是必要的,但是由于实验过程进行得过快,学生不能直观地看清楚物体做自由落体运动的全过程.如果能在保证基本教学流程的同时,使用 Scratch 软件建立的自由落体运动模型进行辅助教学,学生就可以看到教材上抽象的概念和公式以动画形式呈现出来,此时,基于学生自身的好奇心和操作界面的绚丽色彩带来的视觉冲击,学生的注意力会更加集中,并可充分体验到上物理课的乐趣,学习物理的兴趣也会大大提高。

2.2 培养学生的创新思维

中学物理课程目标中强调要注重学生创新思维的培养.将 Scratch 软件应用于中学物理教学,可以让学生结合所学过的物理知识运用 Scratch 软件进行自由创作,在对已有的物理知识进行回忆、综合、重整、发展的过程中,创作出以动画、交互式故事等形式表现的物理作品.同学与同学之间,教师与学生之间都可以进行作品的交流,不断地完善自己的作品。

以做平抛运动模型的过程为例,首先要回忆平抛运动的概念和规律,平抛运动是初速度沿水平方向的抛体运动,它可以分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动,这就涉及到一个对已有物理知识的回忆过程;基于平抛运动和自由落体运动的联系,平抛运动的模型只需要在自由落体运动模型的基础上加入水平方向的匀速直线运动,这就涉及到一个对知识综合、重整的过程,按一定的逻辑关系理清思路,就可以进行编程了;之后可以根据演示效果不断的完善编程,从而达到最理想

的效果,这就涉及到一个不断发展的过程.这些过程都可以很好地锻炼学生的逻辑思维能力,培养学生的创新思维。

2.3 更好地适应信息时代

将信息技术广泛运用于教学是时代发展的必然趋势,在计算机软件使用方面,未来社会对教师和学生都会提出更高的要求。

对于物理教师来说,必须努力提高自身能力,学习使用一些教学软件,并试着将其融入教学中,才能跟上时代发展的步伐.一些复杂的软件,没有编程基础的教师使用起来可能会有一定的困难,但是 Scratch 软件作为一个面向青少年的简易编程软件,相比于 MATLAB 等编程软件来说,编程简单易学,对逻辑思维能力比较强的物理教师来说难度并不高.以笔者做自由落体运动和平抛运动模型的经验来看,只要把这个软件的各个参数代表的命令弄清楚,根据自己的物理知识基础,理清思路,编程并不难。

对于学生来说,学会编程,是生活在未来社会必不可少的一项技能. Scratch 软件可以作为学习编程的入门软件,对学生学习更复杂的编程软件有很大帮助.例如,该软件中涉及到的顺序结构、选择结构、循环结构,与大学要学习的 C 语言、MATLAB 等复杂的编程软件都是相通的,学会了使用 Scratch 软件,有了编程基础,再学习其他软件就不会觉得毫无头绪。

3 Scratch 软件在中学物理教学中的应用实例

中学物理教学中会涉及到许多学生难以直观地看清楚物体运动全过程的运动形式,这时,物理教学与信息技术的整合就能很好地解决这一问题^[2].例如自由落体运动、平抛运动等等,用 Scratch 软件可以模拟这些运动过程,让学生借助直观手段更好地理解相应的物理概念和规律.下面以自由落体运动和平抛运动为例介绍 Scratch 软件在中学物理教学中的应用。

3.1 自由落体运动

利用 Scratch 软件建立的自由落体运动模型,能很好地展现物体做自由落体运动的全过程,并能按

照教学需求随时控制实验速度,看到每个时刻物体对应的速度、加速度和位移的准确值,使实验能直观地呈现于学生面前。

下面主要介绍用 Scratch 软件建立自由落体运动模型的过程。

3.1.1 弄清基本概念和规律

自由落体运动是指不受任何阻力,物体只在重力作用下从静止开始下落的运动。空气阻力可以忽略时,物体的下落也可近似看作自由落体运动。

自由落体运动是初速度为零的匀加速直线运动,加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$,所以匀变速直线运动的基本公式都适用于自由落体运动。

如:速度公式

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

位移公式

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

对于自由落体运动,只要把公式中的初速度 v_0 取为零、加速度 a 取为 g 就可以了。

3.1.2 设置背景和角色

背景和角色的设置,能让这个模型更具情境性。传说伽利略在比萨斜塔做过落体运动的实验,虽然后来又被严谨的考证否定了,但是比萨斜塔仍然是具有纪念意义的。



图3 自由落体运动的背景和角色

本文中选择的比萨斜塔作为背景,铁球作为角色,模拟铁球从比萨斜塔下落,做自由落体运动的过程。图3是自由落体运动的背景和角色。在选择背景和角色的过程中,学生可以充分发挥想象力,选择或绘制合适的背景和角色。

3.1.3 确定变量及变量间的关系

要用 Scratch 软件模拟自由落体运动过程,需要明确该过程中涉及到的变量、变量之间的关系,以及各变量的初始条件。该过程中的变量有:位移 s ,速度 v ,加速度 a ,变量之间的关系

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

在此 a 恒定,取向上为正方向,则

$$a = g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

3.1.4 编程

接下来,要把这些变量和变量之间的关系翻译成 Scratch 语言,也就是进行编程,从而建立物理模型^[3]。图4是模拟自由落体运动的编程模块。



图4 模拟自由落体运动的编程模块

该编程模块中包含两个板块。第一个板块中,当用鼠标点击“■”时,就设定了小球的初始条件,即初始位置为坐标点(100,150),初速度 $v_0 = 0$,加速度 $a = -9.8 \text{ m/s}^2$ 和初始位移 $s_0 = 0$ 。由于要配合设置的情境,保证有更好的演示效果,所以没有选择舞台的坐标中心(0,0)为初始位置,而选择了坐标点(100,150)。第二个板块中,定义了一个涉及3个命令的循环语句

$$y_{i+1} = y_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$v_{i+1} = v_i + a \Delta t$$

$$s_{i+1} = y_{i+1} - y_0$$

其中, y_i 和 y_{i+1} 分别为小球在第 i 和第 $i+1$ s 的纵坐标, y_0 为小球在初始位置的纵坐标, v_i 和 v_{i+1} 分别为小球在第 i 和第 $i+1$ s 的速度, s_{i+1} 为小球在第 $i+1$ s 离开初始位置的位移,当 $t=0$ 时,对应小球的初始条件,当 $t=1,2,3,\dots$ 时, $i=0,1,2,\dots$,对应各物理量的瞬时值,时间间隔 Δt 默认为 1 s。

按下“空格键”时,小球就开始做自由落体运动,直到小球的纵坐标 $y = -163.6$ 时,假定小球停止运动.因为大于这个值时,小球已经离开舞台,之后的运动不再考虑.

为了让这个模型更加完善,比如,可以记录小球在任意时刻的位置、当程序重复时可以消除小球留下的痕迹等,在循环结构中分别加入“图章”键和“清空”键即可实现.另外,由于自由落体运动过程持续时间较短,不能清楚地看到舞台右侧列出的小球的速度、加速度、位移的值,基于这个缺点,可以在循环结构中加入“等待()秒”键,时间可以自己设定,这样就能控制实验速度,方便做记录.图5是可以记录小球的位置并控制实验速度的自由落体编程模块.



图5 可以记录小球的位置并控制实验速度的自由落体编程模块

加入这3个键之后,小球做自由落体运动的过程就可以完全记录下来.

3.1.5 演示

自由落体运动的模型建立好后,最后一步就是在舞台进行效果演示,根据演示的结果进一步修改、完善程序.图6是小球做自由落体运动的演示图.



图6 小球做自由落体运动的演示图

图6中,舞台右侧 v, g, s 对应的值分别代表小球下落到当前位置时的速度、加速度、位移的瞬时值.点击“●”键可以随时让运动停止,方便记录小球当时对应的各物理量的值,从而探究自由落体运动的规律.表1是自由落体运动各物理量的瞬时值.

表1 自由落体运动各物理量的瞬时值

t/s	$v/(m \cdot s^{-1})$	$a/(m \cdot s^{-2})$	s/m
0	0	-9.8	0
1	-9.8	-9.8	-4.9
2	-19.6	-9.8	-19.6
3	-29.4	-9.8	-44.1
4	-39.2	-9.8	-78.4
5	-49.0	-9.8	-122.5
6	-58.8	-9.8	-176.4
7	-68.6	-9.8	-240.1
8	-78.4	-9.8	-313.6

根据图6及表1学生可以发现,自由落体运动过程中, a 的大小和方向始终不变, $a = -9.8 \text{ m/s}^2$, v 和 s 一直在增大,并且表1中数据都满足自由落体运动的公式(1)和(2).由表1的数据,可以进一步计算出相等时间间隔 Δt 内的位移 Δs .表2是相等时间间隔内的位移.

表2 相等时间间隔内的位移

时间间隔 $\Delta t = 1 \text{ s}$	相等时间间隔 Δt 内的位移 $\Delta s/m$
0 ~ 1	-4.9
1 ~ 2	-14.7
2 ~ 3	-24.5
3 ~ 4	-34.3
4 ~ 5	-44.1
5 ~ 6	-54.9
6 ~ 7	-63.7
7 ~ 8	-73.5

从表2看出, Δs 一直增加,即位移变化量越来越大.同时可以发现

$$\Delta s_{1 \sim 2} - \Delta s_{0 \sim 1} = \Delta s_{2 \sim 3} - \Delta s_{1 \sim 2} = \dots =$$

$$\Delta s_{7 \sim 8} - \Delta s_{6 \sim 7} = -9.8$$

即满足匀变速直线运动的规律:在连续相邻的相等

时间间隔($T = \Delta t$)内的位移差为一恒定值,即 $\Delta S = aT^2$, 又称匀变速直线运动的判别式.

另外,根据表1的数据可以看出,自由落体运动满足匀变速直线运动的推论:

某段时间内,中间时刻的瞬时速度等于这段时间内的平均速度,即

$$v_{\frac{t}{2}} = \bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

如:0 ~ 2 s 内

$$v_{\frac{t}{2}} = -9.8 \text{ m/s}$$

$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2} = \frac{0 - 19.6}{2} \text{ m/s} = -9.8 \text{ m/s}$$

即

$$v_{\frac{t}{2}} = \bar{v} = \frac{v_0 + v_t}{2}$$

仔细分析表1的数据还可以发现,自由落体运动也满足初速度为零的匀加速直线运动的几个比例式:

(1) $1T$ 末, $2T$ 末, $3T$ 末... 瞬时速度之比为 $v_1 : v_2 : v_3 = 1 : 2 : 3 : \dots$

(2) $1T$ 内, $2T$ 内, $3T$ 内... 位移之比为 $s_1 : s_2 : s_3 = 1^2 : 2^2 : 3^2 : \dots$

(3) 第1个 T 内, 第2个 T 内, 第3个 T 内... 位移之比为 $s_1 : s_2 : s_3 = 1 : 3 : 5 : \dots$

教师讲“自由落体运动”一节时,用 Scratch 软件模拟的自由落体运动辅助教学,可以调动学生学习的积极性,提高学生的学习兴趣,帮助学生更好地理解自由落体运动的概念和规律,知道自由落体运动是物体只在重力作用下从静止开始下落的运动,自由落体运动是初速度为零的匀加速直线运动.

课后,教师还可以让学生根据本节课学习的知识尝试亲自用 Scratch 软件模拟自由落体运动,鼓励学生发挥自己的想象力做出更好的作品,从而培养学生的创新意识并训练学生的编程能力.

3.2 平抛运动

研究物体平抛运动是中学物理的重中之重,教材中一般用钢球做平抛运动的实验装置来探究平抛运动的特点,但由于实验速度过快,学生无法很好地进行观察,在实验的过程中往往也来不及思考.研究物体平抛运动时,利用 Scratch 软件能很好地展现小

球做平抛运动的全过程以及竖直方向和水平方向分运动的过程,并且可以按照教学需求随时控制实验进程,让实验更直观地呈现于学生面前,帮助学生更好地理解 and 掌握概念及规律.

下面仍按照之前的步骤来建立平抛运动的模型.

3.2.1 弄清基本概念和规律

以一定的初速度将物体沿水平方向抛出,如果物体只受重力的作用,这时的运动叫做平抛运动.平抛运动可以看作水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动的合运动.

平抛运动满足的公式为
水平方向

$$v_x = v_{0x} \quad (3)$$

$$s_x = v_{0x}t \quad (4)$$

竖直方向

$$v_y = v_{0y} + gt \quad (5)$$

$$s_y = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (6)$$

3.2.2 设置背景和角色

这里,选择桌子为背景,小球为角色,情境为:小球以 40 m/s 的速度做匀速直线运动,运动到桌子边缘时开始以 40 m/s 的水平初速度做平抛运动.学生可以发挥自己的想象力创设更好的情境.图7是平抛运动的背景和角色.



图7 平抛运动的背景和角色

3.2.3 确定变量及变量间的关系

平抛运动中涉及到的变量有:水平速度 v_x , 竖直速度 v_y , 水平位移 s_x , 竖直位移 s_y , 加速度 g . 变量之间的关系:

$$v_x \text{ 不变, 且 } v_x = \frac{\Delta s_x}{\Delta t} = 40 \text{ m/s};$$

$v_y = \frac{\Delta s_y}{\Delta t}$; g 恒定, 取向上为正方向, 则 $g = -9.8$ m/s^2 .

3.2.4 编程

平抛运动的模型, 只需要在自由落体运动模型的基础上, 在编程模块中给物体加一个水平方向的匀速直线运动. 图 8 是模拟平抛运动的编程模块.



图 8 模拟平抛运动的编程模块

该编程模块同样包含两个板块. 第一个板块中, 当用鼠标点击“”时, 小球的初始条件设定为初始位置 $(-160, 78)$ 、水平和竖直初速度 $v_{x0} = 0, v_{y0} = 0$, 水平和竖直位移 $s_x = 0, s_y = 0$. 第二个板块中, 定义了一个涉及 5 个命令的循环语句

$$x_{i+1} = x_i + v_{xi} \Delta t$$

$$y_{i+1} = y_i + v_{yi} \Delta t + \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

$$v_{yi+1} = v_{yi} + g \Delta t$$

$$s_{xi+1} = x_{i+1} - x_0$$

$$s_{yi+1} = y_{i+1} - y_0$$

其中, x_i, y_i 和 x_{i+1}, y_{i+1} 分别代表小球在第 i , 第 $i+1$ s 的横、纵坐标, x_0, y_0 为小球在初始位置的横、纵坐标, v_{xi}, v_{yi} 为小球在第 i s 的水平、竖直速度, s_{xi+1}, s_{yi+1} 为小球在第 $i+1$ s 离开初始位置的水平、竖直位移, 当 $t=0$ 时, 对应小球的初始条件, 当 $t=1, 2, 3, \dots$ 时, $i=0, 1, 2, \dots$, 对应各物理量的瞬时值, 时间间隔 Δt 默认为 1 s.

按下“空格键”时, 小球开始做平抛运动, 直到小球运动到 $(120, -162.1)$ 时, 假定运动停止.

其中, “印章”键可以记录小球在任意时刻的位

置, “清空”键可以消除小球留下的痕迹, “等待() 秒”可以控制实验速度.

如果要研究平抛运动水平和竖直方向的分运动, 可以在图 8 编程模块的基础上再加入图 9 的编程模块, 图 9 是研究平抛运动分运动的编程模块.

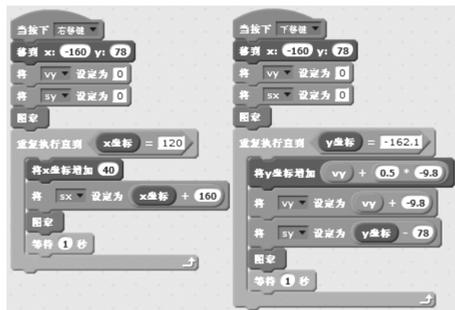


图 9 研究平抛运动分运动的编程模块

按下“右移键”时, 显示水平方向的分运动; 按下“下移键”时, 显示竖直方向的分运动.

3.2.5 演示

图 10 是小球做平抛运动的演示图. 图 11 是平抛运动分运动的演示图.

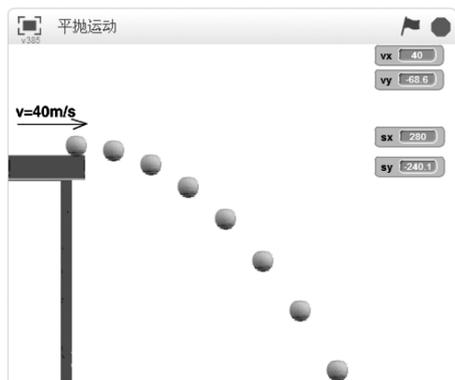


图 10 小球做平抛运动的演示图

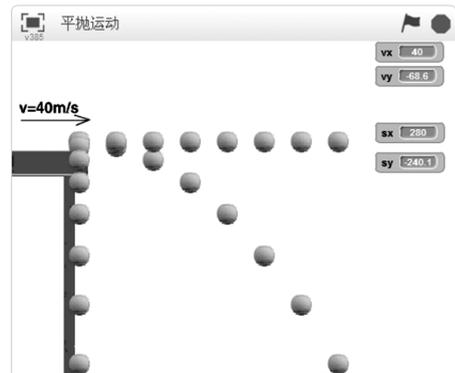


图 11 平抛运动分运动的演示图

图 11 中右侧对应的 v_x, v_y, s_x, s_y 的值分别代表小球运动到当前位置时的水平速度、竖直速度、水平位移、竖直位移的瞬时值。点击“●”键可以随时让运动停止,从而更好地记录数据,进而探究规律。表 3 是平抛运动各物理量的瞬时值。

表 3 平抛运动各物理量的瞬时值

t/s	$v_x/(m \cdot s^{-1})$	$v_y/(m \cdot s^{-1})$	s_x/m	s_y/m
0	40	0	0	0
1	40	-9.8	40	-4.9
2	40	-19.6	80	-19.6
3	40	-29.4	120	-44.1
4	40	-39.2	160	-78.4
5	40	-49.0	200	-122.5
6	40	-58.8	240	-176.4
7	40	-68.6	280	-240.1

表 4 相等时间间隔内的水平和竖直位移

t/s	$\Delta s_x/m$	$\Delta s_y/m$
0 ~ 1	40	-4.9
1 ~ 2	80	-14.7
2 ~ 3	120	-24.5
3 ~ 4	160	-34.3
4 ~ 5	200	-44.1
5 ~ 6	240	-54.9
6 ~ 7	280	-63.7

根据图 10 及表 3 和表 4, 学生可以发现, 小球在平抛运动过程中, 水平方向上, v_x 的大小和方向始终不变, s_x 在均匀增加, 所以水平方向满足匀速直线运动的规律; 竖直方向上, 初速度 v_{0y} 为零, v_y 一直增大, s_y 的变化量 Δs_y 也越来越大, 而且满足匀变速直线运动的规律; 连续相邻相等时间间隔内的位移差为恒定值, 所以竖直方向满足自由落体运动的规律。另外, 表 3 中的数据是满足平抛运动的公式(3)、(4)、(5)、(6)的。

教师讲到《高中物理·必修 2》“平抛运动”一节时, 可以将 Scratch 软件模拟的平抛运动过程演示给学生看, 学生能直观地看到平抛运动的轨迹是一条

抛物线, 而且平抛运动的分运动是水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动, 从而对平抛运动的概念和规律有更深刻的理解。之后, 教师可以指导学生自己模拟平抛运动过程, 或建立更复杂的模型, 如上抛运动的模型等, 更好地培养学生的创新思维和编程能力。

4 结论

在建立自由落体运动和平抛运动模型的过程中, 笔者认为只要有了理论基础, 有设计想法, 逻辑清晰, 并且有耐心, 制作出这两个模型并不难。如果能在基本教学中加入用 Scratch 软件模拟的运动过程演示, 可以帮助学生更好地理解物理概念和规律。所以, 笔者认为将 Scratch 软件应用于中学物理教学将是一个不错的选择。

参考文献

- 1 陈勇, 杨宛颖, 张月. Scratch 动画软件: 功能、特点与应用. 电脑知识与技术, 2014, 10(23)
- 2 王晶莹. 中学物理课程与教学导论. 北京: 科学出版社, 2014. 126
- 3 Victor Lopez and Maria Isabel Hernandez. Scratch as a computational modeling tool for teaching physics. Physics Education, 2015, 50(3): 313

附录

以下为“3.1 自由落体运动 4. 编程”中

$$y_{i+1} = y_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$v_{i+1} = v_i + a \Delta t$$

的推导过程:

由式(2), 得

$$y_1 - y_0 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$y_2 - y_0 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$$

.....

$$y_i - y_0 = v_0 t_i + \frac{1}{2} a t_i^2$$

用 Tracker 软件分析油浸弹簧振子的阻尼振动

杜江

(云南师范大学 物理与电子信息学院 云南 昆明 650500)

(收稿日期:2015-10-11)

摘要:利用 Tracker 视频软件的自动追踪功能,有效地跟踪油浸弹簧振子的阻尼振动,实时描绘出振动的位移-时间图像,利用软件自带的功能拟合出振动曲线方程,计算出该弹簧振子的阻尼系数,并通过转换坐标得到运动的相图.

关键词:Tracker 软件 视频分析 阻尼振动 振动曲线 阻尼系数

油浸弹簧振子做阻尼振动,但其振动周期不易测出,运动图像也不能方便地绘出. Tracker 软件是一款视频追踪软件,能够通过逐帧对目标点进行跟踪,实时描绘出运动的位移-时间图像对其进行定量分析.可以利用其曲线的拟合功能拟合出振动曲线并算出阻尼系数和阻力系数.

1 阻尼振动的运动方程

如图 1 所示,由流体力学可知,当弹簧振子的速度较小时,其所受阻力的方向和速度的大小成正比,

即

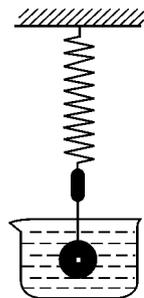
$$f = -\gamma v = -\gamma \frac{dy}{dt} \quad (1)$$


图 1

由牛顿第二定律,得

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -\kappa y - \gamma \frac{dy}{dt} \quad (2)$$

式中 γ 是阻力系数, κ 是弹簧的劲度系数. 得

$$y_{i+1} - y_0 = v_0 t_{i+1} + \frac{1}{2} a t_{i+1}^2$$

后面的式子减前面的式子,得

$$y_2 - y_1 = v_0 (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} a (t_2^2 - t_1^2) =$$

$$v_0 (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} a (t_2 - t_1) (t_2 + t_1) =$$

$$v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t (2t_1 + \Delta t) =$$

$$(v_0 + at_1) \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 =$$

$$v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

同理: $y_{i+1} - y_i = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$

即 $y_{i+1} = y_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$

由式(1),得:

$$v_1 = v_0 + at_1$$

$$v_2 = v_0 + at_2$$

.....

$$v_i = v_0 + at_i$$

$$v_{i+1} = v_0 + at_{i+1}$$

后面的式子减前面的式子,得

$$v_2 - v_1 = a(t_2 - t_1) = a \Delta t$$

.....

$$v_{i+1} - v_i = a \Delta t$$

即 $v_{i+1} = v_i + a \Delta t$