单缝衍射法测量金属棒杨氏模量的实验研究*

洪焕灼　朱镜红　张　雄　杨为民
（云南师范大学物理与电子信息学院　云南 昆明　650500）

（收稿日期：2015-11-04）

摘　要：介绍了一个用单缝衍射法测量金属棒杨氏模量的综合性实验，实验中对测量金属棒杨氏模量的传统实验装置进行了改进，用单缝衍射法测量微小变化长度，从而提高了实验的测量精度，降低了实验误差.

关键词：杨氏模量　单缝衍射　微小长度　最小二乘法

1　实验原理和方法

将厚为 a，宽为 b 的金属棒放在相距为 l 的两刀刃上，在棒上二刀刃连线的中点处挂上质量为 m 的砝码，棒被压弯，设挂砝码处下降 s，称此 s 为弛垂度，这时棒的杨氏模量为[1]

$$E=\frac{mgl^3}{4a^3bs} \tag{1}$$

由单缝衍射[2] 可知，缝宽的变化为

$$\Delta b=\left(\frac{1}{x_0}-\frac{1}{x_1}\right)L\lambda \tag{2}$$

式中 x_1 是加上砝码后 ± 1 级暗条纹到屏中心的距离，x_0 是未加砝码时 ± 1 级暗条纹到屏中心的距离，L 为狭缝到屏幕的距离.

当弛垂度 s 与 Δb 相等时，即

$$s=\Delta b=\left(\frac{1}{x_0}-\frac{1}{x_1}\right)L\lambda$$

时有

$$E=\frac{mgl^3}{4a^3b\lambda L\left(\frac{1}{x_0}-\frac{1}{x_1}\right)} \tag{3}$$

由式(3) 可得

$$\frac{1}{x_1}=-\frac{gl^3}{4a^3b\lambda LE}m+\frac{1}{x_0} \tag{4}$$

令 $$y=\frac{1}{x_1}\qquad C_1=-\frac{gl^3}{4a^3b\lambda LE}$$

$$C_0=\frac{1}{x_0}\qquad x=m$$

则式(4) 变为

$$y=C_1x+C_0 \tag{5}$$

通过 n 组数据采用作图法画出图形，根据最小二乘法得出 C_1，再由 $C_1=-\frac{gl^3}{4a^3b\lambda LE}$ 得

$$E=-\frac{gl^3}{4a^3b\lambda LC_1} \tag{6}$$

从而测出杨氏模量.

实验中需要测定的物理量有：(1) 金属棒的厚度 a，宽度 b，两刀刃之间的距离 l；(2) 狭缝到屏之间的距离 L；(3) 所加砝码的质量 m，激光波长已知 $\lambda=632.8$ nm.

2　实验装置

如图 1 所示，实验中用 He-Ne 激光器作为光源，对狭缝进行改进后，让激光垂直照射到单缝的平面上，调节狭缝宽度，使得光通过狭缝后恰好能在白屏上出现清晰、明亮、稳定的衍射条纹[2]；之后，在挂钩上加上砝码，使金属棒发生形变进而改变了单缝的宽度，衍射条纹随之发生改变，由条纹间距的变化与缝宽变化之间的关系测出弹性模量.

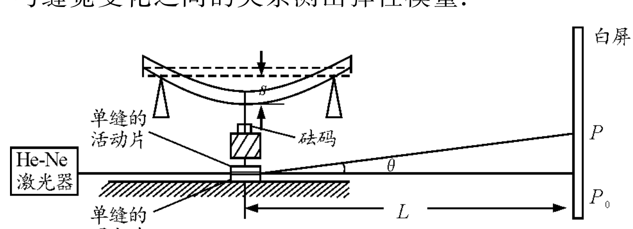

图 1　实验装置示意图

* 国家教育部高等学校“专业综合改革试点”项目“物理学专业”资助.

作者简介：洪焕灼(1991-　)，女，研究生在读，研究方向为学科教学(物理).
指导教师：张雄(1956-　)，男，教授，研究方向为学科教学(物理) 和天体物理.

3　实验结果示例

用改进后的实验装置测得实验数据如表 1 所示，实验测得的相关物理量如表 2 所示. 由表 1 的实验数据可拟合出图 2.

表 1　实验数据记录

m/g	10	20	30	40	50	60	70	80
x_1/mm	1.154	1.291	1.422	1.695	2.320	2.809	5.000	38.46
$\frac{1}{x_1}$/mm^{-1}	0.867	0.775	0.703	0.590	0.431	0.356	0.200	0.026

表 2　相关物理量的实验数据

l/mm	229.3	228.8	229.2	229.6	229.1	228.7	229.0	229.4
a/mm	1.036	1.046	1.041	1.038	1.044	1.049	1.033	1.041
b/mm	23.13	23.06	23.10	23.07	23.14	23.11	23.15	23.05

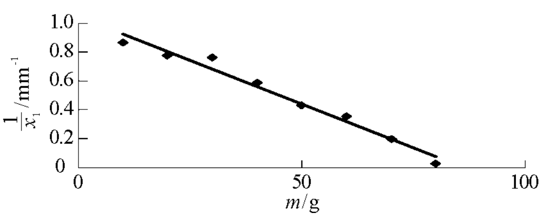

图 2　$\frac{1}{x_1}-m$ 关系图

计算 l,a,b 的最佳估值和不确定度($n=8$)

$$\bar{l}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}l_i=229.2\ \text{mm}$$

$$s=\sqrt{\frac{\sum(l_i-\bar{l})^2}{n-1}}=0.21\ \text{mm}$$

$$U_A(l)=\frac{s}{\sqrt{3}}=0.10\ \text{mm}$$

$$U_B(l)=\frac{\Delta l}{\sqrt{3}}=0.57\ \text{mm}$$

$$U_C(l)=\sqrt{U_A^2(l)+U_B^2(l)}=0.58\ \text{mm}$$

同理可得

$\bar{a}=1.041$ mm　　$U_C(a)=0.002\ 7$ mm

$\bar{b}=23.10$ mm　　$U_C(b)=0.017$ mm

由最小二乘法原理得[1]

$$l_{xy}=n(\overline{xy}-\bar{x}\bar{y})=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i)(\sum_{i=1}^{n}y_i) \tag{7}$$

$$l_{xx}=n(\overline{x^2}-\bar{x}^2)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2 \tag{8}$$

$$l_{yy}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2-n(\overline{y^2}-\bar{y}^2)=\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}y_i)^2 \tag{9}$$

斜率和截距为

$$C_1=\frac{\overline{xy}-\bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2-\overline{x^2}}=\frac{l_{xy}}{l_{xx}} \tag{10}$$

$$C_0=\bar{y}-C_1\bar{x} \tag{11}$$

相关系数、剩余标准误差为

$$\gamma=\frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx}l_{xy}}}\qquad s=\sqrt{\frac{(1-\gamma^2)l_{yy}}{n-2}} \tag{12}$$

$$S_{C_1}=\frac{s}{\sqrt{l_{xx}}}\qquad S_{C_0}=\frac{\sqrt{\overline{x^2}}}{\sqrt{l_{xx}}}s \tag{13}$$

根据表 1 中的数据和相关公式可得

$l_{xy}=-49.81$　　$l_{xx}=4\ 200$　　$l_{yy}=0.60$

$$C_1=\frac{l_{xy}}{l_{xx}}=-0.011\ 9$$

$$C_0=\bar{y}-C_1\bar{x}=0.969\ 5$$

$$\gamma=\frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xy}l_{yy}}}=-0.987\ 6$$

$$s=\sqrt{\frac{(1-\gamma^2)l_{yy}}{n-2}}=0.020\ 3$$

$$S_{C_1}=\frac{s}{\sqrt{l_{xx}}}=0.0003$$

由式(6) 得

$$E=10.08\times 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}$$

则

$$U_C(E)=$$

$$E\sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial l}\delta_l\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial a}\delta_a\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial b}\delta_b\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial C_1}\delta_{C_1}\right)^2}=$$

$$E\left\{\left[3\frac{U(l)}{l}\right]^2+\left[3\frac{U(a)}{a}\right]^2+\left[\frac{U(b)}{b}\right]^2\right.$$

$$\left.+\left[\frac{U(C_1)}{C_1}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}=0.53\times 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}$$

求测量值与厂家值($E_{厂家值}=10.55\times 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}$) 的相对误差 e 为

$$e=\frac{|E_{最佳估值}-E_{厂家值}|}{E_{厂家值}}\times 100\%\approx 4.45\%$$

从测量结果来看,误差较小,实验结果理想.

参 考 文 献

1　张雄,等.物理实验设计与研究.北京:科学出版社,2001.107 ~ 110

2　杨述武.普通物理实验 1(力学及热学部分).北京:高等教育出版社,2012

3　张皓辉.单缝衍射法测量金属线胀系数.云南师范大学学报(自然科学版),2009,29(1):53 ~ 57

4　楼枚.从单缝衍射到动态测量单丝直径.大学物理实验,1994,7(4):22 ~ 24

5　郑光平.单缝衍射测量金属膨胀.2008,28(9):36 ~ 37

(上接第 57 页)

题学生可选用的一种数学方法,利用好这一方法可以帮助考生更好地理解物理概念,更加灵活地处理物理问题,提高分析、解决问题的能力.本题运用求导法的具体解题步骤如下:

(1) 寻找不变量:本题直杆的长度 L 为不变量.

(2) 找出图 8 中 3 个量 x,y,L 之间的关系如下.

$$L^2=x^2+y^2$$

两边求导

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}L^2=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x^2+y^2)$$

$$0=x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$$

$$0=xv_B-yv_A$$

$$v_A=\frac{x}{y}v_B=v_B\tan\alpha$$

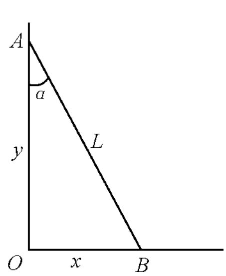

图 8

此处求导法的运用主要是想通过不变量的找寻以及借助高中数学已经覆盖的知识点 —— 导数,从数学角度找出两个关联速度的关系.

高中学生在学习物理的过程中,由于知识的欠缺、方法的不当、消极心理等因素的影响,会使思维在某个环节上出现障碍,如片面性思维障碍、定势思维障碍、逻辑思维障碍、先入为主的生活观念形成的思维障碍、解决物理问题的方式方法不当引起的思维障碍等等,进而造成物理学习的困难.通过一题多解,使学生不仅仅满足于常规的一般解法,多角度思考,多角度进行思维训练,打破以追求“唯一”答案为目标的集中收敛式的片面性思维习惯,使学生的思维具有发散性、流畅性、灵活性,甚至是创造性.

作为高中物理教师,只有将科学思维方法教育渗透到平时的每一次教学行为当中,使学生主动将科学思维方法内化为自己的行为方式,形成一种内化的、稳定的、自动化的良好学习品质,方能使学生形成用科学思维方法探究新知识、研究新问题的习惯,真正提高物理素养.

参 考 文 献

1　张大昌.普通高中课程标准实验教科书物理·必修 2.北京:人民教育出版社,2015.1 ~ 26

2　张大昌.普通高中课程标准实验教科书物理·必修 2 教师教学用书.北京:人民教育出版社,2015.1 ~ 46