



小题目中的大秘密

曹晓亮

(吴兴高级中学 浙江 湖州 313000)

邱为钢

(湖州师范学院理学院 浙江 湖州 313000)

(收稿日期:2015-11-09)

在各种类型的物理题目中,有一些小题目,形式是问答题或选择题,看起来比较简单,实际上求解时需要高深的物理知识和数学技巧,不大适合一般高中生.这些题目适合竞赛生、自主招考生,以及开设物理选修课的学生选做.我们从中学师生熟悉的两类追及问题出发,说明题目是如何逐步加大难度的.本文的重点是如何出题,即出题的思路和方法,而不在于解题.有的题目解法可以参照文献,有的题目难度很高,本文完稿时,也没找到合适的解法.

(1) 第一类追及题目——多个追及者相互追逐

正三角形3个顶点上有3个蚂蚁(乌龟等),互相盯着对方,以相同的速率追及.第1问:什么时候相遇?这个题目对称性太强了,正三角形,速率相等,完全可以利用对称性和相对速率来求解.第2问:它们运动的轨迹是什么曲线?这个一般的中学生回答不出来,物理素养好的学生可以猜出来(我们鼓励猜),好学的学生可以自学大学的微积分求解.第3问是很简单的推广,没有实质性的进阶,把正三角形改变为正多边形,求追及时间和追及曲线.第4问就不一样了,从特殊到一般,任意三角形3个顶点上的追及者,速率当然也不一样了,问:能追到同一点吗?满足什么条件能相遇于一点上?这个点称为三角形的什么点?第4问的难度明显与前3问不一样,但是很可惜,文献上多的是前3问的各种解答方法,很少有第4问及其解答.第4问的解答可以参照文献[1].第5问是第4问的推广,任意三角形顶点上3个追及者,满足合适条件,是可以同时相遇于同一点的.那么任意四边形、五边形、多边形呢?第6问是前面5问的推广,以上追及者都在平面上,那平面上的追及问题如何求呢?先从简单的开始,球面

上的一个“等边三角形”.一个在北极,两个在赤道上,任意两个追及者的球面弧长相等.以相同的速率瞄准追及,追及时间是多少?追及曲线是什么形状?第7问是前4问的另一种推广,维度推广,蚂蚁、乌龟能爬,老鹰能飞.正三角形的维度提升到正四面体.问:一个正四面体,4个顶点上追及者以相同速率首尾追逐,追及时间是多少?追及曲线是什么形状?正三角形追及问题有解析解,正四面体追及问题有没有解析解?第8问是第7问的简单推广,任意四面体4个顶点上的追及者,满足什么条件能追到同一点上?这个点是四面体的什么点?

(2) 第二类追及题目——猎狗追兔子问题

第1问是最简单、最经典也是最特殊的例子,起始时候,猎狗、兔子连线方向和兔子逃跑方向成直角,兔子始终沿着一个方向跑,猎狗始终盯着兔子,猎狗速率大于兔子速率,问什么时候能追到.第2问是对第1问的追问,兔子是朝着它的巢穴跑,猎狗能否在兔子跑到它的巢穴之前截住它?猎狗的追及曲线是什么?第3问也是第1问的推广,起始时候,猎狗、兔子连线方向与兔子逃跑方向不再是直角,而是钝角,还能追上吗.第4问,假设我们进入童话王国,动物很有智慧,兔子蹲着吃草不动,猎狗逡巡.猎狗计算发现,它的逡巡范围必须落在一个区域内,才能在兔子跑进巢穴之前截住它.请问,这个区域的边界曲线是什么?第5问,兔子发现隐匿不动的猎狗,兔子计算发现,它必须在一个安全范围内吃草,才能有惊无险跑回巢穴.请问,这个安全区域的边界曲线是什么?第6问,兔子有很多巢穴,发现猎狗后马上逃跑.兔子计算后发现,这么多巢穴中,只有落在一个

(下转第60页)

到达输送带上所用时间最短,需沿着 PC 建立管道.

由几何关系可得, PC 与竖直方向间的夹角等于 $\frac{\theta}{2}$.

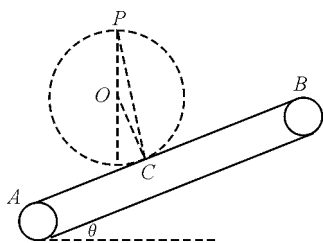


图 10

【例 8】(等时圆拓展) 在离坡底 10 m 的山坡上 O 点竖直地固定一长 10 m 的直杆 AO (即 $BO = AO = 10$ m). A 端与坡底 B 间连有一钢绳, 一穿于钢绳上的小球从 A 点由静止开始沿钢绳无摩擦地滑下, 取 $g = 10 \text{ m/s}^2$, 如图 11 所示, 则小球在钢绳上滑行的时间为

- A. $\sqrt{2}$ s B. 2 s
C. 4 s D. $\sqrt{3}$ s

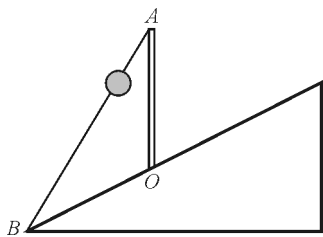


图 11

解析: 如图 12 所示, 以 O 点为圆心, 以 $R = 10$ m 为半径作圆, 则 A, B 为圆周上的点, AB 为弦, 故从 A 到 B 的时间等于从 A 沿直径运动到直径另一端点的时间, 据“等时圆”可得

$$t = \sqrt{\frac{4R}{g}} = 2 \text{ s}$$

故 B 正确.

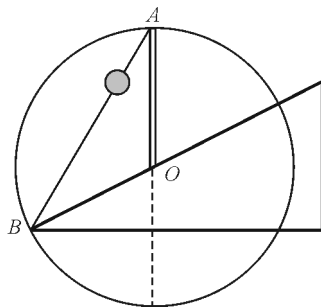


图 12

小结:“他山之石, 可以攻玉”, 适时地将各种学科有机结合, 将所学的知识互相迁移, 灵活运用, 不仅可以拓宽我们的思维, 提高我们的创新能力, 还常常会取得意想不到的效果.

参考文献

- 1 王中元. 单位圆在物理学中的巧妙应用. 中学物理, 2011(2):49 ~ 50
- 2 单文忠. 巧画圆解动态受力平衡问题. 物理教师, 2012(2):24 ~ 25

(上接第 56 页)

保险区域内的, 才能安全返回. 请问, 这个保险区域的边界曲线是什么? 这几个问题的答案可以在参考文献[2]中找到.

我们为什么给出问答式的题目而不是计算题的题目, 是基于以下原因, 一是计算题都是设定好的, 所有的物理 / 数学量都给你, 不多不少, 学生只要按程序套公式就行了. 在这种类型题目训练中, 学生丧失了最基本的问问题的欲望和动力, 是很被动的机械式的解题. 二是本来知识的创生过程就来源于问问题, 学知识也可以用这个思路. 三是, 学问学问, 不能只有学没有问. 对于学习物理来说, 你有好奇心, 主动去找问题, 在求解问题的过程中, 强大的征服欲

望驱使你学习一切用来求解问题的知识、方法和手段. 这个过程虽然痛苦, 折磨, 但是不会让人麻木、僵硬、死板. 所以, 本文题目中的“大秘密”, 就是会问问题, 能问问题, 问出你和老师也不会解答的问题. 这个思路也有实际效果, 在“应付”高考中, 你不仅会解题, 也能出题, 用同高考出题专家一样的思路出题, 比他们还高明地出题. 最后, 问读者一个问题, 本文中两类追及问题, 我们问出 14 个问题来, 你能问出多少个来?

参考文献

- 1 杜振强, 邱为钢. 追击问题的极限性质. 大学物理, 2010, 29(8):57 ~ 58
- 2 邱为钢, 蒋明明, 杨虹. 追击问题临界范围的确定. 力学与实践, 2007(5):73 ~ 74