

# 匀变速直线运动 $v-t$ 图像之解读

吴晓松 陈厚全

(梁平县红旗中学 重庆 405200)

(收稿日期:2015-11-23)

**摘要:**根据匀变速直线运动  $v-t$  图像的特点,可以充分利用图像法逐一推导出匀变速直线运动的各个公式,包括其推论和初速度为零时的一些比例式,从中能够看出结合图像推导公式的过程将会显得更加简明直观.

**关键词:** $v-t$  图像法 推导 匀变速直线运动

在运动的描述一章中涉及到 5 个物理量,即位移  $x$ , 时间  $t$ , 初速度  $v_0$ ,  $t$  时刻的速度  $v$ , 加速度  $a$ . 对于匀变速直线运动,这 5 个物理量可以由 5 个公式联系起来. 由于匀变速直线运动的  $v-t$  图像是一条倾斜的直线,且倾斜程度表示加速度,其图线与  $t$  轴所围面积表示位移,根据  $v-t$  图像的这几个特点,匀变速直线运动的几个基本公式包括推论都可以通过  $v-t$  图像直接导出.

## 1 速度与时间关系相关公式

如图 1 所示,可直接类比一次函数  $y=kx+b$  得到

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

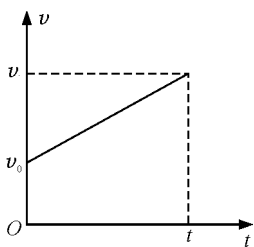


图 1

如图 2 所示,补充一个一样大小的梯形构成一个大矩形. 其竖直边长  $v_0 + v$ , 中间时刻  $\frac{t}{2}$  所对应的速度刚好为竖直边长的一半  $\frac{v_0 + v}{2}$ , 且由面积公式和平均速度公式可知这段时间内的平均速度也为

$\frac{v_0 + v}{2}$ , 即有

$$\bar{v} = v_{\frac{t}{2}} = \frac{v_0 + v}{2} \quad (2)$$

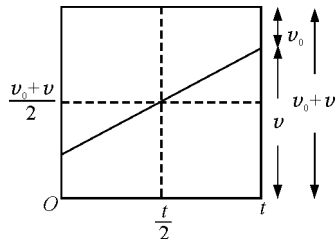


图 2

## 2 位移与时间关系相关公式

如图 3 所示,可直接由梯形面积得出

$$x = \frac{v_0 + v}{2} t \quad (3)$$

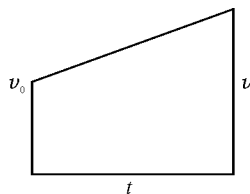


图 3

如图 4 所示,先把梯形补充成一个矩形,由梯形的面积等于矩形的面积减去三角形的面积,可得

$$x = vt - \frac{1}{2}at^2 \quad (4)$$

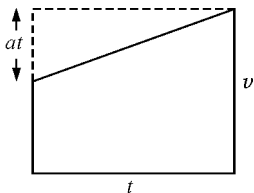


图4

如图5所示,把梯形分成一个矩形和三角形,有

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (5)$$

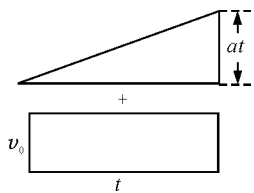


图5

值得指出的是,式(4)与式(5)可视为互逆过程.当然也可以由式(1)代数法证明两式相等.这两个公式启示给我们的一种思维方法就是逆向思维法,即可以把运动过程的末端作为初态的反向研究问题的方法.

### 3 速度与位移关系的相关公式

如图6所示,先把时间  $t$  转化为  $\frac{v-v_0}{a}$ ,再补充一个一样大小的梯形构成一个大的矩形<sup>[1]</sup>,大矩形的竖直边长为  $a$ ,水平边长为  $\frac{v-v_0}{a}$ ,面积为  $2x$ ,故

$$2x = (v + v_0) \cdot \frac{v - v_0}{a}$$

整理后可得

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad (6)$$

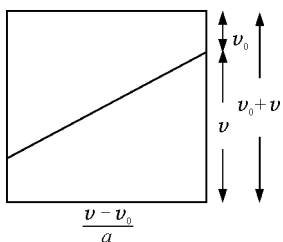


图6

如图7所示,把梯形面积平分分为两等份,设中间位置的瞬时速度为  $v_{\frac{x}{2}}$ ,那么前一半位移的时间为

$$t_{\frac{x}{2}} = \frac{v_{\frac{x}{2}} - v_0}{a}$$

后一半位移的时间为

$$t'_{\frac{x}{2}} = \frac{v - v_{\frac{x}{2}}}{a}$$

由两部分小梯形的面积相等得

$$\frac{v_{\frac{x}{2}} + v_0}{2} \cdot \frac{v_{\frac{x}{2}} - v_0}{a} = \frac{v + v_{\frac{x}{2}}}{2} \cdot \frac{v - v_{\frac{x}{2}}}{a}$$

整理得

$$v_{\frac{x}{2}} = \sqrt{\frac{v^2 + v_0^2}{2}} \quad (7)$$

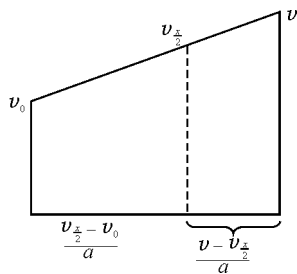


图7

### 4 位移差与相应时间间隔关系公式

如图8所示,在任意两个连续相等时间间隔  $T$  内,后者比前者的位移多一个小矩形的面积.小矩形的竖直边长  $aT$ ,水平边长  $T$ ,故

$$\Delta x = aT^2 \quad (8)$$

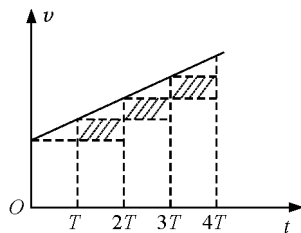


图8

### 5 初速度为零的匀变速直线运动比例式

由于初速度为零时的  $v-t$  图线是一条过原点的直线,它与时间轴构成三角形,图9表示时间等分,图10表示位移等分.通过三角形的相似关系,便很容易得出初速度为零时的一些比例式子.

对于图9,根据三角形的面积正比于边长的平方之比可得: $t$ 内, $2t$ 内, $3t$ 内, $4t$ 内的位移之比为

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 1 : 4 : 9 : 16$$

第1个  $t$  内,第2个  $t$  内,第3个  $t$  内,第4个  $t$  内的位移之比为

$$x_{\text{I}} : x_{\text{II}} : x_{\text{III}} : x_{\text{IV}} = 1 : 3 : 5 : 7$$

# 连接体的速度能否同时达到最大

——对一道常见题的速度图像分析

陈显盈 俞美

(温州中学 浙江温州 325000)

(收稿日期:2015-10-08)

**摘要:**通过理论推导与分析,讨论了连接体的速度能否同时达到最大的问题.

**关键词:**连接体 速度 同时 最大值

有关连接体的题目是高中物理中常见的一种类型题,我们往往认为连接体中各物体的运动是同步的,如连接体中各物体的速度会同时增大或减小,速度同时达到最大值或最小值等等.那么,连接体中各物体的速度一定会同时达到最大吗?

下面以一道常见连接体题目为例,从图像角度分析各连接体的速度变化情况,研究其速度是否同时达到最大等问题,从而加深对该类连接体物理过程的理解.

这也可以从  $v-t$  图中每个  $t$  内的小三角形的个数看出.

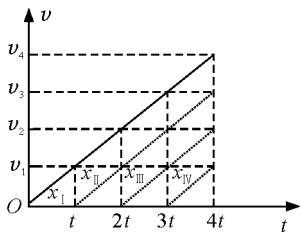


图9

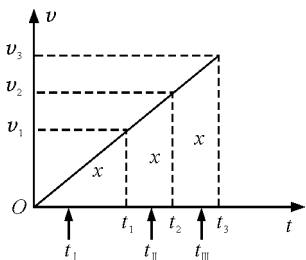


图10

对于图10,根据边长正比于面积的平方根之比可得通过前  $x$ , 前  $2x$ , 前  $3x$  的位移所用时间的比为

$$t_1 : t_2 : t_3 = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$$

通过连续相等的位移  $x$  所用时间的比为

## 1 问题再现

**【原题】**如图1所示,重物 A,B,C 质量相等,A 和 B 用轻绳相连绕过光滑的小定滑轮,开始时 A,B 静止,滑轮间距为 0.6 m, MN 水平,现将物体 C 轻轻挂于 MN 中点,则 C 物体下落多大高度时速度最大? 整个过程物体 C 做什么运动?

这是一道常见的物理题目,一些文献<sup>[1]</sup> 对此题进行了解析.下面笔者从图像角度深入分析重物 A,

$$t_I : t_{II} : t_{III} = 1 : (\sqrt{2} - 1) : (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

## 6 小结

匀变速直线运动中的 5 个物理量:  $x, t, v_0, v, a$  中任意 4 个可由一个公式联系

$$v = v_0 + at \text{ (缺 } x \text{)}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \text{ (缺 } v \text{)}$$

$$x = vt - \frac{1}{2} at^2 \text{ (缺 } v_0 \text{)}$$

$$x = \frac{v + v_0}{2} t \text{ (缺 } a \text{)}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \text{ (缺 } t \text{)}$$

这 5 个公式中可以认为只有两个是独立的,其余 3 个可以通过选取的两个独立的方程导出,教科书上是选取前两个方程为独立方程.可以看出用  $v-t$  图像法推导匀变速直线运动公式显得既简明又直观.

## 参考文献

- 顾琦. 漫谈一堂好课的基本特点. 物理教师, 2012, 33(8): 11 ~ 14