



轻弹簧之“困境”

赵志栋 陈光红

(宁波市鄞州中学 浙江 宁波 315100)

(收稿日期:2015-12-02)

摘要:本文由轻弹簧这一物理模型的力学特征和能量特征出发,引出轻弹簧模型在解题中可能导致的困境,再分别从经典力学和狭义相对论的角度论证了困境出现的原因以及相应的解决困境的方法.

关键词:轻弹簧 能量 困境 经典力学 狭义相对论

轻质弹簧(以下简称轻弹簧)——即质量等于零,且其弹力与形变之间满足胡克定律的弹簧,是中学物理解题中常见的一类理想化模型.将普通弹簧简化为轻弹簧可以为解题带来很大的方便,然而这个看似简单的模型本身也蕴含着一定的“困境”,本文试浅析之.

1 轻弹簧的力学特征

轻弹簧由于其质量为零,由牛顿第二定律可知,其两端的作用力一定大小相等,方向相反.

【例1】如图1所示,一重物 m 悬挂在轻弹簧下,再用一细绳固定在天花板上,整个装置平衡静止后,

方向与电场垂直时,带电粒子做类平抛运动,这是高考范围类我们熟知的两种典型运动模型.这是否意味着带电粒子在电场中就没有其他的典型运动模型呢,比如匀速圆周运动可能吗?答案当然是可能的,因为理论上一个负电荷可以围绕一个固定的正电荷做匀速圆周运动.但这种模型学生遇到的少,故平时没有将它整理进自己的认知结构中.

(2)模型之间迁移的过程其实也是一个知识内化的过程.我们在整理好常见模型,遇到一个新的情景要尝试着在大脑中搜索与之相关的信息.想本文中提到的第25题,第(2)问学生大多数都知道粒子做匀速圆周运动,洛伦兹力提供向心力.但第(3)问多了一个电场后,情况发生了变化,因为粒子运动方向与电场方向垂直,学生自然会想到粒子可能做类平抛运动.但仔细分析后发现原来的磁场不变,这就要求学生放弃原来构建的模型.从进出口不变,学生

要想到会不会还是圆周运动呢?粒子在电场中能做圆周运动吗?如果学生大脑中存在前述的电荷环绕模型,这道题涉及的物理模型就构建成功.

在平时的教学中,教师要帮助学生养成仔细审题的好习惯,梳理好相关知识的物理模型,完善头脑中的知识结构,遇到提出的问题,引导学生抓住问题中的关键信息,合理构建物理模型,从而解决问题.这样的教学一方面促进学生构建完善的知识体系,另一方面促进学生思维能力的提高,有效提升学生的物理素养.

参考文献

- 1 宋淑光.近年上海高考物理试题分析及教学建议.现代教学,2005(11)
- 2 胡晓雄.对教辅中一道结构不良习题的分析与反思.物理通报,2015(6):45~47

用火焰烧断细绳. 在绳断开的瞬间, m 的加速度为 a (忽略空气阻力), 则:

- A. $a < g$, 方向向下
- B. $a = g$, 方向向下
- C. $a > g$, 方向向下
- D. $a < g$, 方向向上

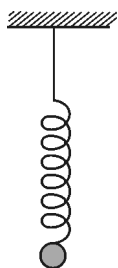


图 1

由于细绳剪断瞬间作用于弹簧上端的力瞬间变为零, 由轻弹簧所受合力一定为零可知, 其下端受力也为零. 因此弹簧对物体的拉力也瞬间变为零, 从而物体只受重力, 其加速度等于 g .

2 轻弹簧的能量特征

当轻弹簧两端连接有质量的物体时, 这个系统可以储存弹性势能. 将弹簧处于原长时的弹性势能记作零, 则在弹性限度内, 弹性势能的与弹簧形变之间的关系满足:

$$E_p = \frac{1}{2} \kappa x^2$$

其中 E_p 为系统的弹性势能, κ 为弹簧的劲度系数, x 为弹簧的形变量.

【例 2】如图 2 所示, 小球自 a 点由静止自由下落到 b 点时, 与弹簧接触, 至 c 点时弹簧被压缩到最短, 若不计弹簧质量和空气阻力, 在小球由 $a \rightarrow b \rightarrow c$ 的运动过程中:

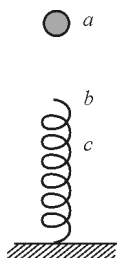


图 2

- A. 小球和弹簧的总机械能守恒
- B. 小球的重力势能随时间均匀减少
- C. 小球在 b 点时动能最大
- D. 小球到 c 点时小球重力势能的减少量等于弹簧弹性势能的增加量

参考答案选 A, D.

详细解释如下: 以小球和弹簧组成的系统为研究对象, 小球运动过程中, 只有重力和弹簧的弹力做功, 符合机械能守恒的条件, 因此, 系统的机械能守恒, 故 A 正确; 小球下落过程只有重力与弹簧弹力做功, 到 c 点时小球重力势能的减少量等于弹簧弹性势能的增加量, 故 D 正确.

类似以上参考答案的解释在很多参考书中非常常见, 但其中的诸如“小球的重力势能”、“弹簧弹性势能”这类说法本身就是有问题的. “小球的重力势能”事实上是小球和地球组成系统的重力势能, 脱离了地球, 重力势能也便无从谈起; “弹簧弹性势能”事实上是小球、弹簧和地球组成系统的弹性势能, 没有了小球或地球, 弹簧的弹性势能也无从谈起. 大多数情况下, 对于题目中所述的某个物体的重力势能我们都理解为物体与地球所组成系统的重力势能; 但如果将弹簧弹性势能理解为弹簧自身所储存的能量或理解为弹簧与其中一个与其连接的物体所共同具有的能量的话, 都不是正确的理解, 都会导致“困境”的出现.

3 轻弹簧之“困境”

困境一: 机械能突变问题.

【例 3】情景如例 1, 试讨论绳断开前后小球和弹簧组成的系统的机械能变化情况.

让我们先从弹簧的弹性势能或弹簧与小球组成系统的弹性势能角度出发来理解, 当然这也是常见的理解方式:

易知绳断开瞬间小球的位置、速度(为零)均不变, 因而小球(和地球组成的系统)的机械能不变. 但绳断开前弹簧有拉伸形变, 设其劲度系数为 κ , 则弹簧(和小球组成的系统)的弹性势能为 $\frac{m^2 g^2}{2\kappa}$; 而绳

断开后,由于轻弹簧两端的力瞬间减为零,也即此时弹簧的形变为零,因此弹簧(和小球组成的系统)的弹性势能也瞬间减为零。

那么困境就出现了:那消失的弹性势能去哪儿了呢?

困境二:功能原理失效问题.

【例4】如图3所示,有一质量为 $M=2\text{ kg}$ 的物体,其左端通过轻弹簧施一大小为 30 N 的水平恒力 F .若弹簧的劲度系数为 $\kappa=100\text{ N/m}$,物体与水平面间的动摩擦因数为 $\mu=0.3$,求物体由静止开始移动 2 m 时的速度.(g 取 10 m/s^2)

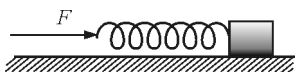


图3

解法一:以弹簧和物体整体为研究对象,根据功能原理(外力和非保守内力对系统的总功等于系统机械能的增量)知,恒力 F 和滑动摩擦力对系统做的总功等于系统的机械能增量,即

$$F(s + \Delta x) - \mu Mgs = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\kappa\Delta x^2$$

其中 s 为物体的位移, Δx 为弹簧的形变量,代入数值后解得

$$v = 7.25\text{ m/s}$$

解法二:由轻弹簧两端力必大小相等,从而可对物体使用动能定理,得

$$Fs - \mu Mgs = \frac{1}{2}Mv^2$$

代入数值后解得

$$v = 6.93\text{ m/s}$$

于是困境出现了:两种解法都没有错,那造成结果不同的原因又在哪儿呢?

困境三:研究对象选取不合理的困境.

【例5】一质量为 m 的小球与一劲度系数为 κ 的弹簧相连组成一体系,置于光滑水平桌面上,弹簧的另一端与固定墙面相连,小球做一维自由振动.试问在一沿此弹簧长度方向以速度 u 做匀速运动的参考系里观察,此体系的机械能是否守恒,并说明理由.

此题的参考答案在教师中引起了比较大的争

议.《物理教师》、《物理通报》等期刊上有教师专门就此题展开讨论^[1~4],认为守恒和不守恒的教师各有自己的依据,最后并没有形成统一的意见.

困境出现:从数学推导的角度来看,几位教师的推导都是正确的,那么这个体系的机械能究竟守恒还是不守恒呢?

4 似是而非的“困境”

4.1 该如何理解轻弹簧

从力学特征来看,轻弹簧能够为与它连接的物体提供一种线性回复力——为此可以将轻弹簧想象成一种“场”,类似于引力场或者电场,不同的地方在于,后二者对物体提供的是一种与距离平方成反比规律的“回复力”.还有一个重要的不同——轻弹簧是没有质量的,而无论是引力场或者电场,都是有质量的.那么问题就来了:可以存在无质量的场吗?或者说可以存在无质量的物体(物质)吗?如果一个物体(物质)没有质量,那我们还能称它为物体(物质)吗?我们如何能够感知无质量的物体的存在呢?

就轻弹簧而言,也许最后一个问题很容易回答:我们可以通过轻弹簧提供的线性回复力来感知它的存在.于是从例1中可以看出,轻弹簧能够提供线性回复力是有条件的,即只有当其两端都连接有质量的物体时(细线烧断之前),它才可以提供线性回复力,其任意一端的物体断开(细线烧断之后),则轻弹簧上的力也就马上消失(减为零).

力在空间的积累是为功,功是能量转化或转移的度量.因此,在轻弹簧上的力消失后,其对外做功的本领立即丧失,能量也就无从谈起了.也就是说:我们讨论弹簧的弹性势能也是有条件的,条件与轻弹簧能够提供线性回复力的条件相同——轻弹簧两端必须连接有质量的物体.既然如此,如例2中所讨论的那样,我们通常所说的“弹簧的弹性势能”所指的便既不是“轻弹簧自身的弹性势能”,也不是“弹簧与小球(其中一个连接物)的弹性势能”,而是“弹簧与其两端连接物(组成系统)的弹性势能”.

4.2 走出“困境”

有了以上理解,例3~例5中所出现的“困境”也就迎刃而解.例3中,在细线断开前,系统是有弹性势能的,断开后,就不存在讨论弹性势能的前提条件了.例4中的解法1讨论了系统的弹性势能,但由于轻弹簧只有一端连接物体,并不存在讨论弹性势能的前提条件,因此是错误的;事实上,抽象的力要施予弹簧,必须是有质量的物体才行(引力场、电磁场等均有质量),也就是说,要实现例4中的情景,弹簧的左端也必须连接质量不为零的物体——如若其左端连接质量为0.01 kg(可以为不为零的任意质量)的光滑小物体(可以不光滑),则无论用解法一还是用解法二求解, M 物体获得的速度都是6.93 m/s.例5中亦然,脱离了固定墙面去谈轻弹簧和小球系统的机械能相当于只谈小球的动能,当然不守恒,而且没有什么讨论的意义.而把墙面也计入轻弹簧、小球系统的话,机械能当然是守恒的——而这其实也没什么讨论的必要.

4.3 相对论的视角

狭义相对论的相对性原理告诉我们:物理学在一切惯性参考系中都具有相同的数学表达形式,也就是说,所有惯性系对于描述物理现象都是等价的.因此在例5中,若系统在地面参考系(惯性参考系)看来其机械能守恒的话,在沿此弹簧长度方向以速度 u 做匀速运动的参考系(亦是惯性参考系)看来便没有理由不守恒——从这一角度来看,这道题目的参考答案的确是错了.

由狭义相对论的质能方程 $E=mc^2$ 可知:若 $m=0$,则 E 必然也为零.由于轻弹簧自身不具备质量,自然也就无法储存能量,只有连接了有质量的物体之后,储存能量才成为可能,因此“弹簧的弹性势能”必然是指“弹簧与其所连接物体系统的弹性势能”,脱离了它所连接的物体,弹性势能只能是空谈——这一点也与我们在“该如何理解轻弹簧”中从力、做功和能量的角度所得到的结论是一致的.

由质能方程还可以看出,“轻弹簧”这一理想化

的模型本身是有缺陷的,静质量为零的物体其速度必然为光速(光子),不应当存在静质量为零而速度又是低速有限的物体,即轻弹簧不是物理学里的物体.

事实上,轻弹簧模型有着其天然自我矛盾,即质量为零且可以与物体发生相互作用——这一矛盾在例4中体现得尤为明显.在例4中,导致功能原理失效的原因在于弹簧的形变由零变为 Δx 的过程;在此过程中,弹簧的左端若施以恒力 F ,则弹簧会违反胡克定律,因此题干中的可以施以恒力 F 的假设本身就是自我矛盾的,自然因此假设根据功能原理而得出的结论也是错误的;而一旦弹簧质量不为零,施以恒力 F 就可以实现了,因此功能原理也就不会失效了.

尽管如此,轻弹簧作为一种理想化模型,在处理很多问题,尤其是力学问题时,会大大使问题简化,并且对实际问题是一种相当好的近似,因此,轻弹簧的存在不仅是必要的,而且是有意义的.

5 一点思考

当我们讨论轻弹簧的能量特征时,必然不能脱离其两端所连接的物体,这一点是命题教师首先需要明确的——否则就会出现或如例3中的能量突变困境;或如例4中的功能原理失效失效的困境;或如例5中由研究对象选取不合理所导致的困境.

参考文献

- 1 李学生,师教民.对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷.物理通报,2014(9):119~120
- 2 孟昭辉.运用机械能守恒定律解题的参照系问题——对“对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷”的不同意见.物理教师,2015(2):94
- 3 朱如曾.弹簧振子相对于运动惯性系的机械能不守恒——关于“对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷”的商榷.物理通报,2015(4):100~102
- 4 师教民.答《弹簧振子相对于运动惯性系的机械能不守恒——关于“对一道中学生物理竞赛试题答案的商榷”的商榷》.物理通报,2015(7):115~118