

矩形回路感生电场的等效电路

——从上海松江区二模一道题说起

陈 萍

(宜兴一中 江苏 无锡 214200)

(收稿日期:2015-12-19)

近日见到感生电动势一题.

【题目】如图1(a)所示,水平面上有两电阻不计的足够长的光滑金属导轨平行固定放置,间距 d 为 0.5 m ,左端通过导线与阻值为 $2\ \Omega$ 的电阻 R 连接,右端通过导线与阻值为 $4\ \Omega$ 的小灯泡 L 连接,在 $CDEF$ 矩形区域内有竖直向上的匀强磁场, CE 长为 2 m , $CDEF$ 区域内磁场的磁感应强度 B 随时间变化如图1(b)所示,在 $t=0$ 时,一阻值为 $2\ \Omega$ 的金属棒在恒力 F 作用下由静止开始从 AB 位置沿导轨向右运动,当金属棒从 AB 位置运动到 EF 位置过程中,小灯泡的亮度没有发生变化,求:

(1) 通过小灯泡的电流强度; [此处省略(2)、(3)、(4)小问]

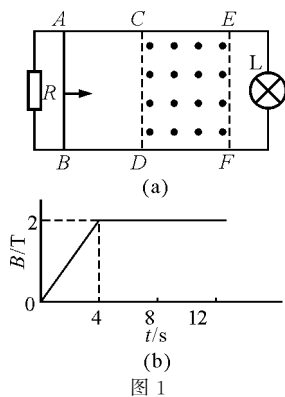


图 1

段电路任一横截面的电荷量为 $q = It$ (如图 1 所示),这相当于在时间 t 内将电荷从这段电路的一端移动到另一端.从上一章讲的可知,电场力所做的功 $W = qU$,而 $q = It$,所以 $W = IUt$.”

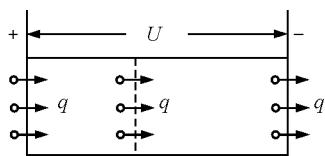


图 1

与其配套的教师教学用书上还专门作了说明:“在推导电功的公式时,应当注意说明,在时间 t 内,只是相当于把电荷 q 由电路的一端移动到另一端,这就跟把电荷 q 直接由一端移动到另一端,效果是一样的,即所做的功相同.”^[4]

这种等效方法是基于稳恒电流的条件

$$\oiint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

它指出一段电路中的电荷分布不随时间变化^[5],在时间 t 内从电路的一端流入的电荷量 $q = It$,从另一端流出的电荷量也为 $q = It$,而两端之间的电荷分布不变,这好像两端之间的自由电荷没有移动一样,相

当于电场力只把电荷量为 $q = It$ 的电荷从一端移动到另一端.在推导流体力学的伯努利方程时,研究液柱移动的过程中,其重力势能的变化(也就是重力场对液柱做功)的计算也用到了上述的等效思想^[6].

等效方法很好地体现了电路的长短、通电时间 t ,自由电荷移动距离,电流 I ,电势差 U 之间任意选取、独立无关的基本原则.当然也可以考虑直接推导的方法,读者可以参考文献^[6],此处不再赘述.

参考文献

- 1 教材编写组.普通高中课程标准实验教科书物理选修3-1.北京:人民教育出版社,2010.91,95;53
- 2 人教社物理室.全日制普通高级中学教科书(必修加选修)物理第二册.北京:人民教育出版社,2006.157;139,140
- 3 人教社物理室.高级中学课本物理第二册(必修).北京:人民教育出版社,1990.76
- 4 人教社物理室.高中物理(必修加选修)教师教学用书第二册.北京:人民教育出版社,2005.123
- 5 赵凯华,陈熙谋.电磁学(上册)第二版.北京:高等教育出版社,1985.227
- 6 李力.谈电功表达式 $W = UIt$ 的推导和理解.物理教师,2009,30(7):43

参考答案:金属棒未进入磁场时,导线与 R 并联,并联总电阻为 $\frac{R}{2}$.

故电路中总电阻为并联总电阻加上小灯泡电阻 $R_{\text{总}}$,由法拉第电磁感应定律可求得电动势 E .

则由欧姆定律可求得,通过灯泡的电流为 $\frac{E}{R_{\text{总}}}$.
言下之意等效电路为图 2.

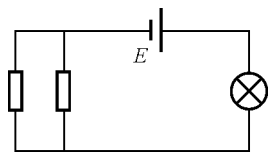


图 2

此题较为经典,被多处转载使用练习.对于第(1)问的解答,笔者有疑义,如下.

根据麦克斯韦电磁场理论,变化的磁场产生电场,产生感应电磁现象的原因是由于感生涡旋电场的作用.感生电场的电场线是闭合线,无头无尾,是一些同心圆.电动势不仅存在于 $CEDF$ 导体中,同样也存在于 AB 棒以及定值电阻 R 两条支路中.

若是正方形导体棒中有一均匀变大磁场如图 3(a),则产生感应电场示意如图 3(b),设定总的感生电动势大小为 E ,根据对称性,可知正方形每条边电动势均为 $\frac{E}{4}$,其等效电路如图 3(c).

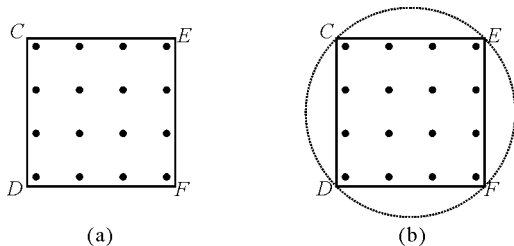


图 3

若是长方形导体棒中有一均匀变大磁场如下图 4(a),则产生感应电场示意如图 4(b),设定总的感生电动势大小为 E ,长方形四边并不对称,可添加 CF,DE 辅助线相交于点 O ,其中 CO 恰为感生电场

线(同心圆)的半径,其中 CO 与感生电场线有一交点记为 G 如下图 4(c), G 处的感生电场方向是圆的切线方向,同理 CO 上任意一点的感生电场方向均是同心圆的切线方向,所以 CO 线上并无感生电动势.同理可得 DO,EO,FO 上也并无电动势.进而 CE 边电动势就等于闭合回路 COE 的电动势; CD 边电动势就等于闭合回路 COD 的电动势.

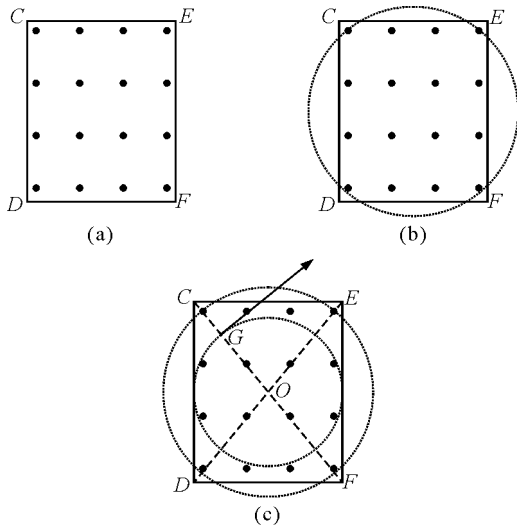


图 4

闭合回路 COE 的面积等于闭合回路 COD 的面积.根据法拉第电磁感应定律,闭合回路中的感应电动势与穿过回路的磁通量的变化率成正比.所以闭合回路 COE 的电动势等于闭合回路 COD 的电动势.即 CD,CE,DF,EF 四边电动势仍相等.

对照原图,设定总的感生电动势大小为 E , CD,CE,DF,EF 四边电动势均为 $\frac{E}{4}$,支路 $CA(2\Omega$ 的电阻 $R)BD$ 与支路 $CA(2\Omega$ 的金属棒) BD 的电动势等于 CD 边电动势,支路 E (小灯泡) F 的电动势等于 EF 边电动势.此题等效电路图应为图 5 所示.

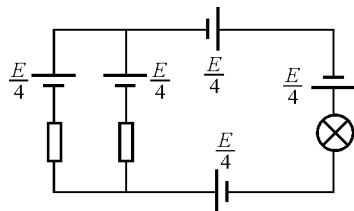


图 5

究其根本,电阻 R 支路处在感生电场的作用下,自由电荷定向移动,也是有感生电动势的.