

真空介电常量和真空磁导率在高斯单位制中的数值

张守银

(山东荣信集团 山东日照 276800)

蔡辉剑

(鹤壁职业技术学院 河南鹤壁 458030)

郭汉中

(深圳电子厂 广州深圳 518031)

(收稿日期:2015-12-29)

摘要:首先由 ϵ_0 和 μ_0 在国际单位制中的数值得出其在高斯单位制中的数值,然后利用之,把电磁学公式由SI制化到Gauss制,并利用它解释了存在真空极化的合理性,及“真空磁化”的存在。

关键词:真空介电常量 真空磁导率 高斯单位制

1 问题的提出和解决问题

在电磁学中,公式的单位可由SI制化到CGSE制(静电单位制即绝对静电单位制)或CGSM制(静磁单位制即绝对电磁单位制),例如,由公式 $U = \frac{W}{q}$ 知,在SI制中, U 用伏特(V)作单位, W 用焦耳(J)作单位, q 用库仑(C)作单位,而在CGSE制中, W , q , U 分别用尔格、静库、静伏作单位,由 $U = \frac{W}{q}$ 可得出伏特与静伏的关系

$$1 \text{ 伏特} = \frac{1 \text{ 焦耳}}{1 \text{ 库仑}} = \frac{10^7 \text{ 尔格}}{3 \times 10^9 \text{ 静库}} = \frac{1}{300} \text{ 静伏}$$

即

$$1 \text{ 伏特} = \frac{1}{300} \text{ 静伏}$$

单位换算这方面的例子不胜枚举.一个物理量,其单位由SI制转化到CGSE制或CGSM制可由上述方法得出,这是一条普遍规律,一些物理恒量也适用此规律,例如

$$\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ 库仑}^2 / (\text{牛} \cdot \text{米}^2) =$$

$$8.9 \times 10^{-12} \text{ 法} / \text{米} = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \text{ 法} / \text{米}$$

把“法/米”化到CGSE制中则是

$$1 \text{ 法拉} / \text{米} = 9 \times 10^{11} \text{ 厘米} / 100 \text{ 厘米} =$$

$$9 \times 10^9 \text{ CGSE}$$

因为“1法拉=9×10¹¹厘米”^[1~4].所以,把

$$\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ 库仑}^2 / (\text{牛} \cdot \text{米}^2)$$

化到CGSE制中是

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \text{ 法拉} / \text{米} =$$

$$\frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9} \times 9 \times 10^{11} \text{ 厘米} / 100 \text{ 厘米} = \frac{1}{4\pi}$$

而

$$\mu_0 = 12.57 \times 10^{-7} \text{ 亨利} / \text{米}$$

化到CGSE制,由于^[1,4,5]

$$1 \text{ 亨利} = 10^9 \text{ 静磁单位制} = 10^9 \text{ 厘米}$$

则

$$\mu_0 = 12.57 \times 10^{-7} \text{ 亨利} / \text{米} =$$

$$12.57 \times 10^{-7} \times 10^9 \text{ 厘米} / 100 \text{ 厘米} = 12.57 = 4\pi$$

在高斯制中

$$C = \frac{\epsilon S}{4\pi d} \quad L = 4\pi \mu n^2 V$$

所以电容、电感分别用厘米、厘米作单位,而电磁学书中 ϵ_0 在CGS制中用“秒²/厘米”则不恰当^[3].

我们知道,CGSE制与CGSM制组成高斯单位制(CGS),即在CGS制中, $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$, $\mu_0 = 4\pi$,所以现行电磁学教科书中 $\epsilon_0 = \mu_0 = 1$ 应更正.在有的书里如

作者简介:张守银(1966-),男,硕士,讲师,主要从事光学,激光,非线性光学,太赫兹电磁波等方面的研究.

通讯作者:郭汉中(1972-),男,硕士学位,主要研究理论物理.

美国J·D·杰克逊著的《经典电动力学》(朱培豫译)不提也不出现 ϵ_0 和 μ_0 .在我们中国物理学家吴大酋编著的《物理学》里曾提到过 ϵ_0 可以为 $\frac{1}{4\pi}$.在法国的一

本《电磁学》中曾经提到过 $4\pi\epsilon_0 = 1$,及 $\frac{\mu_0}{4\pi} = 1$;实

际上由 $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ 在高斯单位制的形式 $F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$

可知 $4\pi\epsilon_0 = 1$ (此时是高斯单位制中的数值).

2 在高斯单位制中 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$ $\mu_0 = 4\pi$ 的作用及物理意义

(1) 作用.是电磁学公式由SI制转化到CGS制中的新方法可以把MKSA制中的公式直接化到CGS中,而不用像某些电磁学书籍中采用唯象的方法.当然较好的电磁学版本采用合理的方法即采用单位换算的方法还是很科学的^[2].

关系式

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma \quad E = \frac{1}{\epsilon_r \epsilon_0} \sigma \quad U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{r}$$

$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 E^2$$

化到高斯(Gauss)单位制时,只需把 ϵ_0 用 $\frac{1}{4\pi}$ 代入即可

得出在高斯制中的关系式

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad E = \frac{q}{r^2} \quad E = 4\pi\sigma \quad E = 4\pi\epsilon_r \sigma$$

$$U = \frac{q}{r} \quad C = \frac{S}{4\pi d} \quad C = \frac{\epsilon_r S}{4\pi d}$$

$$W_e = \frac{\epsilon_r E^2}{8\pi}$$

关系式 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ 化到高斯制中的方法用 ϵ_0 的CGS制中的数值 $\frac{1}{4\pi}$ 代入仍然有效,方法是:由高

斯单位制中的高斯定理 $\text{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho_{\text{自由}}$ ^[5]变形成为 $\text{div} \frac{1}{4\pi} \mathbf{D} = \rho_{\text{自由}}$,所以在高斯制中 $\mathbf{D}_G = \frac{1}{4\pi} \mathbf{D}_R$,

$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$ 代入到 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$,G代表高斯单位制,R代

表MKSA制即SI制;在SI制中, $\text{div} \mathbf{D} = \rho$,在高斯制中

$\text{div} \frac{1}{4\pi} \mathbf{D} = \rho$,从形式上看把 $\text{div} \mathbf{D} = \rho$ 表示成高斯制,

须把 \mathbf{D} 换成 $\frac{1}{4\pi} \mathbf{D}$,所以 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ 化到高斯制是

$\frac{1}{4\pi} \mathbf{D} = \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} + \mathbf{P}$ (\mathbf{D} 换成 $\frac{1}{4\pi} \mathbf{D}$, ϵ_0 换成 $\frac{1}{4\pi}$),这个关系

式不是一个比例式,所以不能简单地把 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$ 代

入,这是一个“和的相加式”,因为 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$ 中有一个加号.

对于不含 ϵ_0 的式子: $U = IR$, $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$,可根据“单位换算关系与数值换算关系相反”的规律来求得.以 $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ 式为例

$$\mathbf{F}_R = \frac{1}{10^5} \mathbf{F}_G$$

$$\mathbf{E}_R = \frac{c}{10^6} \mathbf{E}_G$$

$$\mathbf{v}_R = \frac{1}{10^2} \mathbf{v}_G$$

$$\mathbf{B}_R = \frac{1}{10^4} \mathbf{B}_G$$

$$q_R = \frac{10}{c} q_G$$

代入,得

$$\frac{1}{10^5} \mathbf{F}_G = \frac{10}{c} q_G \left(\frac{c}{10^6} \mathbf{E}_G + \frac{1}{10^2} \mathbf{v}_G \times \frac{1}{10^4} \mathbf{B}_G \right)$$

化简后并略去下标G可得^[1]

$$\mathbf{F} = q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right)$$

对于比例式 $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$ 的变换,除了 μ_0 用 4π 代替以外,还须把电学量电流 I 换成在高斯制中的表示形式 I_M ,用 I_E 表示电流静电单位制中的数值,则^[2]

$$I_M = \frac{1}{c} I_E$$

所以

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \frac{4\pi}{4\pi} \frac{I_E d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{c r^3} =$$

$$\frac{1}{c} \frac{I_E d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} = \frac{1}{c} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

式中电流强度 I 用静电制度量.而对于 $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot$

$\frac{2I_1 I_2}{d}$, $B = \mu_0 \mu_r n I$,其变换方法是与刚才的相同.对

于 $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$ 的变换方法是: $\Phi = BS$, 而 B 中含有物理量电流 I , 但 $I_M = \frac{1}{c}I_E$, 所以 $\mathcal{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}$; 还有 $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$ 与刚才的相同.

对于只含静磁量的比例式子: $L = \mu_r \mu_0 n^2 V$, $W_m = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_r \mu_0} B^2$, 变换方法是把 $\mu_0 = 4\pi$ 代入即可.

对于不含 μ_0 的公式 $H = nI$, 其变换方法是: 因为 $H = \frac{B}{\mu}$, 所以 $H = \frac{B}{\mu_r}$ (在高斯制中, μ 即为 μ_r), 所以

$$H = \frac{B}{\mu_r} = \frac{\frac{1}{c} 4\pi \mu_r n I}{\mu_r} = \frac{4\pi n I}{c}$$

对于“相加的和式” $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$ 的变换方法是: 由介质中的环流定律, 有

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} I_{\text{自由}}^{[3]}$$

即

$$\oint \frac{1}{4\pi} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{I_{\text{自由}}}{c}$$

故把 \mathbf{H} 由 SI 制转化到高斯单位制中须把 \mathbf{H} 换成 $\frac{\mathbf{H}}{4\pi}$,

所以变换过程是

$$\mathbf{B} = 4\pi \frac{\mathbf{H}}{4\pi} + 4\pi \mathbf{M} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$$

对于逆变换, ϵ 看作 $\epsilon_r 4\pi \epsilon_0$, μ 看作 $\frac{\mu_r \mu_0}{4\pi}$ 即可. 对于不含 ϵ_0, μ_0 的逆变换, 用单位换算关系与数值相反的规律来求得.

(2) 物理意义. 为什么 $\epsilon_0 \neq 1$, 而是 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$? 是因为存在真空极化. ϵ_0 是真空介电常量, 即绝对介电常量, 由 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0$ [2] 知, 这是对于无限大介质及真空而言的关系式, \mathbf{E}_0 是加在无限大均匀介质或真空上的电场, 已知介质可以被极化, 如果 $\epsilon_0 = 1$, 则 $\mathbf{D} = \mathbf{E}_0$, 说明电位移矢量(电感应强度)与外加电场强度相等, 说明电介质中的电感应强度线密度与电场强度线密度相等, 而且“电感应强度线”与“电场强度线”重合, 这时电感应强度线就是电场强度线即电介质没有被极化, 因此时电极化强度 $\mathbf{P} = \mathbf{D} - \epsilon_0 \mathbf{E} = 0$, 即但实际情况是电介质被极化, 所以 $\epsilon_0 \neq 1$, 而

是 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$, 而式 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0$ 既然对无限大介质和真空都适用, 所以只有 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}, \mathbf{D} = \frac{\mathbf{E}_0}{4\pi}$ 时(说明外加电场被极化电场减弱了), 才可以说明真空极化了; 而且只有式 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0$ 才可以比较场强与电位移矢量(电感应强度)的大小, 在文献[9]的第四章第1节论述真空中的平面单色电磁波的电场振幅与磁场振幅相等时用了式

$$\left| \frac{\mathbf{E}_0}{\mathbf{B}} \right| = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

于 1, 而在国际单位制中看不出电场与磁场振幅的大小关系(二者比为光速). “真空极化产生的极化电荷会对原电荷产生屏蔽作用. 其效果将会在某些深度高能散射实验中显示出来”. [6] 按照真空涨落的观点, 《20 世纪物理学概观》这本书里记载“真空中各点处充满了虚正负电子对. 正电荷所建立的电场要排斥虚正电子, 吸引虚负电子, 因此原先的电荷会被正负电子对所形成的虚电偶极子包围, 如图 1 所示”. [6]

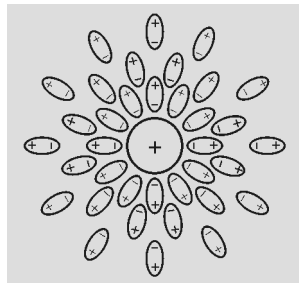


图1 真空极化示意图

$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$ 的物理意义就是存在真空极化, 即从电磁学的角度支持了真空极化学说.

由式 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0$, 得

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}_0$$

因为 $\epsilon_r = 1$, 所以

$$\mathbf{D} = (1 + 4\pi \chi_e) \frac{1}{4\pi} \mathbf{E}_0 = \left[1 + \left(\frac{1}{4\pi} - 1 \right) \right] \mathbf{E}_0$$

相对极化率 $\chi_e = 0$, 故 $1 + 4\pi \chi_e = 1$, 而

$$\mathbf{D} = \left[1 + \left(\frac{1}{4\pi} - 1 \right) \right] \mathbf{E}_0 = (1 + 4\pi \chi_{e\text{绝对}}) \mathbf{E} \rightarrow 0$$

$\chi_{e\text{绝对}}$ 是真空的绝对极化率

$$\chi_{e\text{绝对}} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{4\pi} - 1 \right) < 0$$

其物理意义是真空中有“虚电子对”, “真空中尽管不存在实粒子, 但仍然可能存在各种虚粒子, 物理学家

根据海森伯不确定性原理以及正反粒子可以同时从真空中出现的事实,建立了关于时空的这个卓越见解。”^[6]

原子内部不存在空气,所以原子内部两粒子之间的时空看作真空,由于存在真空极化,两粒子之间存在“虚电子对”。“如果从外界向真空注入能量,真空中的虚粒子就可能转化为较大(理论上应为无限大)时空尺度上可以观察测量到的实粒子对,高能 γ 光子转化为电子对就是一个例证。”^[6]在 Gauss 制中 \mathbf{D} 与 \mathbf{E} 的量纲相同(加引号的部分为原文引用). 在高等数学中,零的积分运算等于零,即是一个常数,真空中物质是零,对真空积分,其结果不是零,即不再是真空,即真空的积分不是真空,所以真空不是绝对的真空,其中有微小的物质,这些微小的物质可以被极化.

由 $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0}$ ^[1], 对于非铁磁性介质, $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{4\pi}$, 说明

真空会存在“真空磁化”,这是 $\mu_0 = 4\pi$ 的物理意义. 电和磁是相互联系的,有“真空极化”必然有“真空磁化”,在稳定场及似稳场的情况下极化与磁化彼此独立,介电常量与磁导系数没有联系;但在“迅变电磁场”^[2]的情况下,极化与磁化的联系变的明显起来,在可见光频段,光速

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}$$

在真空中

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

介电常数与磁导系数联系在一起;相对介电常量 ϵ_r 和相对磁导率 μ_r 由上式可知有联系,因而 χ_e 与 χ_m 有联系,在稳定场合似稳场的情况下, χ_e 与 χ_m 没有联系. 由于 μ_0 是纯数,所以在高斯制中, \mathbf{H} 和 \mathbf{B} 的量纲相同.

应该指出,真空绝对极化率 $\chi_{e\text{绝对}} < 0$, 意味着真空中有“虚电子对”是合理的,在理论力学中有“虚位移”的概念,因此有“虚功原理”,在数学中,“-1”开平方是虚数 $i, i = \sqrt{-1}$, 导致了虚数概念的产生,产生了复数理论,故 $\chi_{e\text{绝对}} < 0$ 是合理的. 狄拉克预言正电子的存在,是由于解释了解方程出现的令人费解的解,仿 $\chi_{e\text{绝对}}$ 的类似讨论,可认识绝对磁化率 $\chi_{m\text{绝对}}$ 的问题.

3 结论

在高斯单位制中

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \quad \mu_0 = 4\pi$$

在国际单位制中

$$\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ 库仑}^2 / (\text{牛} \cdot \text{米}^2)$$

$$\mu_0 = 12.57 \times 10^{-7} \text{ 亨利 / 米}$$

利用 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}, \mu_0 = 4\pi$ 可把电磁学公式由 SI 制化到高斯制中,而且可解释真空极化的存在、真空磁化的,产生真空虚电子对时必然对应真空虚电流. $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}, \mu_0 = 4\pi$ 是电磁学中一条规律. 电磁学中有很多规律,如库仑定律、安培定律等.

金属在电场中极化与电介质在电场中的极化可用一个统一表达吗?

金属在电场中被极化时,金属内的合场强 $E = 0$, 而 $E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$, 即 $E = \frac{E_0}{\epsilon_r} = 0, \epsilon_r = \infty$, 所以 $\chi_{e\text{相对}} = \infty$, 即金属的相对介电常数为无穷大, $\epsilon_r \epsilon_0$ 也为无穷大.

介质在电场中被极化时 $E \neq 0, E = \frac{E_0}{\epsilon_r}, \epsilon_r$ 在 1 与 10^4 之间^[2], 所以 $\epsilon_r \epsilon_0$ 的取值范围最小是 $\frac{1}{4\pi}$, 最大是无穷大. 相对介电常数和相对磁导率不管是国际单位制中的还是在高斯单位制中对真空的数值都为 1 是确定无疑的;但绝对介电常量和绝对磁导率在国际单位制及高斯单位制则为该文所论述的值. 即 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}, \mu_0 = 4\pi$.

致谢:非常感谢审阅此文的郑州大学郭洪教授.

参考文献

- 1 陈鹏万. 电磁学. 北京:人民教育出版社,1978. 313
- 2 赵凯华,陈熙谋. 电磁学. 北京:人民教育出版社,1978. 371
- 3 E·M·珀塞尔著. 电磁学. 北京:科学出版社,1979. 564
- 4 (美)J·D·杰克逊著. 经典电动力学. 朱培豫译. 北京:人民教育出版社
- 5 程守洙,江之永编. 普通物理学(第五版),北京:高等教育出版社,1997. 439
- 6 徐在新主编. 教育部师范教育司编写. 20世纪物理学概观. 上海:上海科技教育出版社,1999. 52 ~ 53
- 7 Pollack. Electromagnetism. 北京:高等教育出版社
- 8 J. Bernstein, 史斌星. Modern Physics. 北京:高等教育出版社
- 9 郭硕鸿. 电动力学(第二版). 北京:高等教育出版社,1997. 142



例说图像题的特征类举与能力应用

林 宁

(江苏省东台中学 江苏 盐城 224200)

(收稿日期:2015-12-13)

图像题是高考物理必考内容之一,也是考查学生综合应用能力的一种方式.其优点在于它能形象地反映各物理量的内在对应关系,它会给我们的解题提供推理分析的信息,它可成为快速解决难题的一种手段.因此,在高三教学中教师要起到分类研究、变通思维、化解难度的作用,让学生在“学与思”的过程中真正达到识别、能画和会用的效果.由于题型变化众多,现类举几道代表性的图像题(含实验题)加以探讨和概述,以期加强师生对图像问题的关注.

1 以“力”制“动” 抓极点 快比较

【例1】(2014年高考重庆卷第5题)以不同初速度将两个物体同时竖直向上抛出并开始计时,一个物体所受空气阻力可忽略,另一个物体所受空气阻力大小与物体速率成正比.下列用虚线和实线描述两物体运动的 $v-t$ 图像可能正确的是

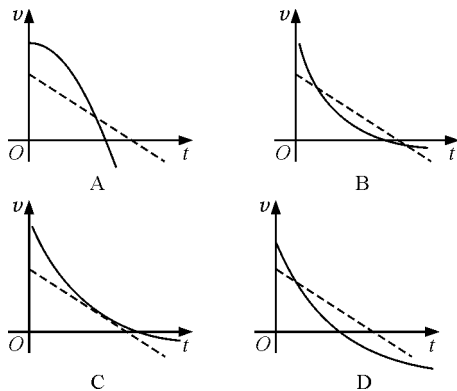


图 1

试题评析:此题重点只要关注上抛运动过程.由于竖直上抛运动不受空气阻力,向上做加速度 $a=g$ 的匀减速直线运动,以向上为正方向,其 $v-t$ 图像是倾斜向下的直线;对考虑阻力 $f=kv$ 的上抛运动,在上升过程中 $a = \frac{mg + kv}{m}$,随着 v 减小, a 减小,对应 $v-t$ 图像的斜率在减小.但在最高点时,速度都为

Value of Vacuum Dielectric Constant and Vacuum Permeability in CGS

Zhang Shouyin

(Shandong Rongsense Group, Rizhao, Shandong 276800)

Cai Huijian

(Hebi Polytechic, Hebi, Henan 458030)

Guo Hanzhong

(Shenzhen Electronics factory, Shenzhen, Guangdong 518031)

Abstract: This article firstly deduces the number value of the ϵ_0 and μ_0 in Gauss units form that in SI units. Then, translate the electroagnetism analytical formula from SI nunits into Gauss units by using it, and explains the vacuum polarization, and points out that the vacuum - magnetization, too exists.

Key words: vacuum dielectric constant; vacuum permeability; CGS