

对一道同步卫星变轨题的评析

陈小明

(铜陵市第一中学 安徽 铜陵 244000)

(收稿日期:2015-11-08)

摘要:以2015年高考新课标Ⅱ卷第16题为例,分析了发射场不在赤道的同步卫星的变轨过程,并对题中的难点作了进一步讨论.

关键词:同步卫星 变轨 非赤道发射

卫星变轨是高中物理天体运动中的常见问题,也是学生学习中的一处难点.2015年高考新课标Ⅱ卷第16题,重点考查了同步卫星的变轨运动,试题将学生常见的同一平面内变轨拓展为不同平面内的变轨,涉及到矢量运算、空间构图等,对学生的多方面能力进行了有效检测.下文笔者将结合平时的教学,对同步卫星发射中的变轨问题进行分析,同时对赤道上和非赤道上发射进行比较,帮助学生正确理解卫星的变轨过程.

1 模型分析

1.1 发射场在赤道

发射同步卫星的运载火箭一般为三级,先来分析发射时的简化模型(图1).

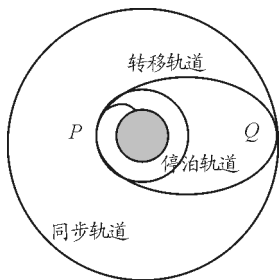


图1

运载火箭的第一级和第二级依次启动,使火箭垂直向上加速,到第二级火箭脱离后转弯进入一个高度较低的圆形轨道,称为停泊轨道,一般为几百千米.在停泊轨道上运行少许时间,卫星快要到达与转移轨道交点时,第三级火箭点火,使卫星进入一个椭圆形的转移轨道.之后在转移轨道上运行几圈,完成

姿态调整和远地点点火前准备工作,当卫星到达远地点,启动卫星上的远地点发动机,改变卫星的速度,使之进入同步轨道.此处的转移轨道由德国工程师奥尔特·霍曼于1925年首先提出,又称霍曼轨道.

转移轨道上近地点P和远地点Q的速率可求解如下,估算时,忽略停泊轨道的高度,设同步轨道高度 $h=36\,000\text{ km}$,地球半径 $R=6\,370\text{ km}$,地球质量 $M=5.98\times 10^{24}\text{ kg}$,卫星质量为 m ,卫星从P点运动到Q点,由机械能守恒定律可得

$$\frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2}mv_Q^2 - \frac{GMm}{R+h}$$

由角动量守恒定律可得

$$mRv_P = m(R+h)v_Q$$

联立两式解得

$$v_P = \sqrt{\frac{2GM(R+h)}{R(2R+h)}} = 10.1\text{ km/s}$$

$$v_Q = \sqrt{\frac{2GMR}{(R+h)(2R+h)}} = 1.63\text{ km/s}$$

1.2 发射场不在赤道

运载火箭的第一、二级启动与在赤道上的过程一样,而其停泊轨道为与赤道平面有一定夹角的倾斜圆形轨道,以地球球心为圆心,卫星快要到达停泊轨道与赤道平面交点时,点燃第三级火箭使卫星进入椭圆转移轨道,椭圆轨道与停泊轨道共面,椭圆轨道与赤道平面夹角因发射地点不同而不同.其近地点为停泊轨道与赤道平面交点,远地点为转移轨道与赤道平面的另一个交点,近地点和远地点都在赤道平面内.当卫星到达远地点时,启动远地点发动

机,改变速度的大小和方向,并对卫星进行姿态调整,进入同步轨道.

2 原题再现

【题目】(2015年高考新课标 II 卷第16题) 由于卫星的发射场不在赤道上,同步卫星发射后需要从转移轨道经过调整再进入地球同步轨道.当卫星在转移轨道上飞经赤道上空时,发动机点火,给卫星一附加速度,使卫星沿同步轨道运行.已知同步卫星的环绕速度约为 $3.1 \times 10^3 \text{ m/s}$,某次发射卫星飞经赤道上空时的速度为 $1.55 \times 10^3 \text{ m/s}$,此时卫星的高度与同步轨道的高度相同,转移轨道和同步轨道的夹角为 30° ,如图2所示,发动机给卫星的附加速度的方向和大小约为

- A. 西偏北方向, $1.9 \times 10^3 \text{ m/s}$
- B. 东偏南方向, $1.9 \times 10^3 \text{ m/s}$
- C. 西偏北方向, $2.7 \times 10^3 \text{ m/s}$
- D. 东偏南方向, $2.7 \times 10^3 \text{ m/s}$

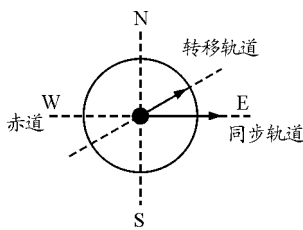


图2

解析: 本题为非赤道上发射同步卫星,由前面非赤道发射过程的分析可知,本题所考查为从转移轨道的远地点到同步轨道的速度调整情况.可将过程绘制成图3.

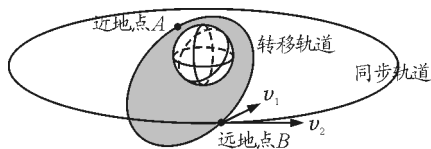


图3

其中停泊轨道未画出,灰色部分为椭圆转移轨道,地球球心为其一个焦点.近地点A在赤道平面内,椭圆转移轨道平面与同步卫星轨道平面成 30° ,故椭圆轨道在B的速度 v_1 与同步轨道在B的速度 v_2 成 30° ,在B点由速度的矢量分析图4可知,附加

速度 Δv 为 v_2 与 v_1 的矢量差,由余弦定理得

$$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos 30^\circ} = 1.9 \times 10^3 \text{ m/s}$$

v_1 和 v_2 的方向为图2中两个箭头的方向,将图4结合图2所示的方向,可知附加速度东偏南方向.

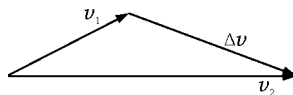


图4

3 评价反思

本题以同步卫星的发射为背景,考查卫星从转移轨道的远地点进入同步轨道的情况.学生在高中的学习过程中,会遇到很多类似的习题,但都是停泊轨道、转移轨道和同步轨道在一个平面上的情况,这些问题可以通过离心运动进行定性的分析.而本题转移轨道与同步轨道有个夹角,需要进行定量计算,要求学生在有限的时间内,从速度的矢量变化求出附加速度,有一定的难度,并且题中有两处情景增加了试题的分析难度.

首先,题中所涉及为转移轨道至同步轨道,此过程的图像即使同一平面内,让一般学生画出尚且有困难.现题中给出为两平面互成角度,因此更不容易画出来.笔者曾与其他教师讨论过此图,都认为该图容易误解.图中画出的大圆,很容易看成同步轨道,这样就会误认为俯视图.而实际题中为正视图,大圆可理解成地球的边缘线.图中实线、虚线和箭头的含义也容易看错,致使题中所标注的赤道、转移轨道和同步轨道在不了解的情况下,找不到实际的位置,起不到助于理解的作用.

其次,学生平时遇到的同平面变轨,能从图中清楚看出是在远地点变轨,而现在非同平面,理论上只要两个轨道有交点都可以变轨,但学生无法确切地知道这次的变轨也是在远地点进行,如果此次不在远地点变轨,那么变轨前后两个速度的夹角就不是 30° ,也就无法求解.

试题以非赤道同步卫星的发射为背景,也启发了我们在平时教学中,不能只停留在遇到的题目层面上,要善于对问题进行适当的拓展,举一反三,适当介绍一些前沿的知识,开阔学生的眼界和思维.