

物理实验数据的线性化图像处理浅析

杨 骏

(江苏省苏州第一中学 江苏 苏州 215000)

(收稿日期:2016-02-15)

物理实验数据处理是实验的重要组成部分,根据线性化思想建立线性图像处理数据是重要手段之一,它能够形象地反映出物理实验现象及过程的发展变化趋势和特征等动态特性,具有其他方法不可替代的优势——直观、信息量大、内涵丰富、外延深刻.

1 线性图像的数学表征及物理意义

线性图像在数学中显化表征为“数形结合”.某变化过程中的变量 x 和 y 之间存在线性关系,满足 $ax + by + c = 0$ 的一次函数关系式,其中 x 为自变量.如图 1 所示的图像, xOy 直角坐标系中,赋予线性函数图像的横纵坐标物理意义,图像表示两个特定物理量之间的对应关系,3 个特征量(截距 b ,斜率 $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \theta$ 及图线下方的面积)代表特定的物理意义.同一线性函数图线在不同物理情境中(横、纵坐标代表物理意义不同)代表不同物理现象及过程的发展变化趋势和特征.

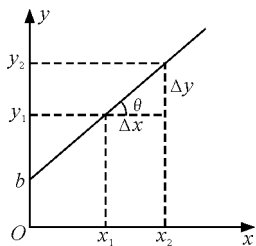


图 1

2 教材中常见实验的数据线性化图像处理

教材中实验的数据处理是学生实验能力培养的重要环节之一,新课标注重实验数据的分析,数据处

理的方式更多地采用图像法.例如“探究加速度与物体质量的关系”,作出 $a-F$ 图像、 $a-M$ 图像处理实验数据,其中 $a-F$ 图像为直线, a 与 F 的关系清晰直观,而 $a-M$ 图像为曲线,较难直观判断两者关系,若进行适当处理,将 $a-M$ 图像转化处理成 $a-\frac{1}{M}$ 图像,可发现 $a-\frac{1}{M}$ 图像为一直线,则很直观地显现出 a 与 M 的关系.由此可见,采用线性化图像处理实验数据,可使得实验数据处理的结果一目了然.教材中实验的数据处理,直接或转化处理间接采用线性化图像处理实验数据的常见实验有以下几个(如表 1).

表 1 采用线性化图像处理实验数据的实验

实验名称	线性图像处理
探究速度随时间变化规律	$v-t$ 图像
探究加速度与物体质量、物体受力的关系	$a-F$ 图像、 $a-\frac{1}{M}$ 图像
验证机械能守恒定律	v^2-h 图像
测量电源的电动势和内阻	$U-I$ 图像、 $\frac{1}{U}-\frac{1}{R}$ 图像、 $\frac{1}{I}-R$ 图像
探究单摆的周期与摆长的关系	T^2-L 图像
测定玻璃的折射率	$\sin i - \sin r$ 图像
研究平抛运动	$y-x^2$ 图像

3 物理实验数据处理的线性图像特征分析

3.1 线性图像横纵坐标物理含义的合理性

数学中的线性图像建立横、纵坐标时,需考虑自变量和因变量.在物理实验教学中处理实验数据时

建立的线性图像,横、纵坐标对应的自变量和因变量较为随意,而横、纵坐标的物理量,必须考虑到物理量在具体实验情境中所代表的物理意义.例如在“测量电源电动势和内阻”实验中,采用安阻法的变式

$$R = E \frac{1}{I} - r$$

伏阻法的变式

$$\frac{1}{R} = \frac{E}{r} \frac{1}{U} - \frac{1}{r}$$

从数学角度看, R 与 $\frac{1}{I}$, $\frac{1}{R}$ 与 $\frac{1}{U}$ 分别呈线性关系,但

从物理逻辑看, R 与 $\frac{1}{R}$ 是自变量, $\frac{1}{I}$ 与 $\frac{1}{U}$ 是因变量,

且从物理实验数据处理准确的最小二乘法拟合(回归)直线的假设看,由电阻箱测得的自变量 R 误差可忽略,由电压表和电流表测得的因变量 U 和 I 主要反映实验中的随机误差,故运用线性图像处理安阻法和伏阻法实验数据时,建立的合理线性关系为

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{E}R + \frac{r}{E}$$

和

$$\frac{1}{U} = \frac{r}{E} \frac{1}{R} + \frac{1}{E}$$

根据关系式作出线性图像,一般以横轴为自变量,纵轴为因变量,即作出 $\frac{1}{I} - R$ 图像和 $\frac{1}{U} - \frac{1}{R}$ 图像.

3.2 线性图像的特征分析

线性图像的特征分析需结合函数,对线性图像的研究主要是对图像的斜率、截距、交点、面积等的分析.图像的斜率表示纵轴因变量 y 随横轴自变量 x 的变化快慢,主要讨论物理量的变化率.截距主要用于讨论特殊工作状态,需从函数关系的表达式中分析截距的物理含义.交点常用于寻找线性元件的工作点.面积常表示为纵轴物理量对横轴物理量的累积(即数学的积分思想),例如运动学中 $v-t$ 图像,图线下覆盖的“面积”表示质点通过的位移.

实验中有些物理量可以局部观测,但不易直观测量到极端情况,应合理选择坐标轴的标度,使实验数据能在坐标轴上准确反映物理量之间的变化规

律.两轴坐标原点不一定都取零,可根据实验数据的分布范围确定坐标轴的起始值和终值,尽量使图线位于坐标的中部,以使得图像“合理外推”后,能直观看图像分别交于横、纵坐标轴的交点位置,反映出物理量变化规律的全貌,包括线性图像的重要特征:斜率、截距、交点以及面积的物理意义等.例如2014年高考北京卷第21题“利用电流表和电压表测定一节干电池的电动势和内电阻”实验中的 $U-I$ 图像,无法直接测量 $I=0$ (断路)时的路端电压(电源电动势)和 $U=0$ (短路)时的电流,根据学生记录的6组数据描点作图(如图2),使点均匀分布在直线两侧(剔除偏离直线较远的点),直线延伸交 U 轴的点为电源电动势,交 I 轴的点为短路电流,斜率绝对值表示内阻,由于一节干电池的内阻较小,故纵轴起始值选为1.0 V,从线性图像便可求出该节电池的电动势和内阻.

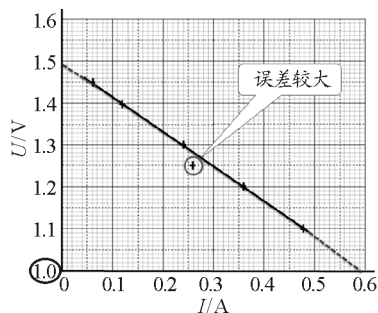


图2

4 化曲为直——运用线性图像处理物理实验数据的策略

物理实验数据处理时,利用科学的方法采集相关物理量(如列表格法),探究分析各物理量之间的关系,绘制出的关系图像可能是各种曲线,而根据曲线表征一般难以明确各物理量之间的关系.通过对实验数据的巧妙转化,采取“化曲为直”策略,将曲线关系图像转换为线性关系图像,便可以形象直观地反映出物理量之间的发展变化趋势和特征.

4.1 满足曲线特殊函数关系物理量的“化曲为直”

在物理实验数据处理的过程中,实验待测量之间满足以下常见的几种数学函数关系(如表2),可

通过转化处理为线性函数并作出线性图像。

表2 实验数据处理过程中几种常见的数学函数

函数一般形式	线性化方法	线性函数	线性图像
$xy = a$	取 x 的倒数	$y = a \frac{1}{x}$	$y - \frac{1}{x}$ 图线
$y = ax^2 + bx$	转化变式 $\frac{y}{x}$	$\frac{y}{x} = ax + b$	$\frac{y}{x} - x$ 图线
$y = ax^b$	取常用对数	$\lg y = b \lg x + \lg a$	$\lg y - \lg x$ 图线
$y = ae^{-bx}$	取自然对数	$\ln y = -bx + \ln a$	$\ln y - x$ 图线

例如“ $\frac{y}{x} - x$ 图线”形式的2011年高考全国新课标卷“测量滑块在斜面上运动的加速度”，由

$$s = v_1 t - \frac{1}{2} at^2$$

整理得

$$\frac{s}{t} = v_1 - \frac{1}{2} at$$

得 $\frac{s}{t} - t$ 直线，可知斜率 $|k| = \frac{1}{2}a$ ，即 $a = 2|k|$ 。

“ $\lg y - \lg x$ 图线”形式的2012年高考上海卷“单摆测重力加速度”，由

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

取对数得

$$\lg T = \frac{1}{2} \lg L + \lg 2\pi - \frac{1}{2} \lg g$$

得 $\lg T - \lg L$ 直线，与纵轴交点

$$C = \lg 2\pi - \frac{1}{2} \lg g$$

整理得重力加速度

$$g = \frac{4\pi^2}{10^{2C}}$$

4.2 高考实验题中数据处理的“化曲为直”

在高考实验题中，采用线性图像处理实验数据较为普遍，由于受高考纸笔评价模式的时间与空间限制，无法让考生对某个实验进行完全独立自主的探究，只能以合作者、评价者等多元角色参与，故高考实验题的数据处理一般都是在实验已测数据的基础上进行变量代换，直接或间接变换建立实验物理

量之间的线性关系。

(1) 直接建立线性关系。物理实验数据之间的直接线性关系比较常见，命题者在高考实验题中通过实验原理分析和实验方案拟定等，转换实验中的物理量，抽丝剥茧厘清实验中呈线性关系的物理变量，例如2012年高考广东卷“探究弹力与弹簧伸长量的关系”的 $m - x$ 图线，2014年高考广东卷“探究弹簧的弹性势能与压缩量的关系”的 $v - x$ 图线等。

(2) 间接建立线性关系。1) 倒数转化：主要有单倒数和双倒数转化，是指将两个物理变量其中之一或两者同时进行倒数处理，从而建立线性关系，例如2012年高考海南卷“探究弹簧弹性势能与被压缩时长度的改变量的关系”的 $\frac{1}{l} - x$ 图线，2014年高考全国卷 II “探究弹簧的劲度系数 κ 与其长度(圈数)的关系”的 $\frac{1}{\kappa} - n$ 图线，都属于变量单倒数代换形式。

双倒数代换较为典型的是2012年高考福建卷“测量电池电动势”的 $\frac{1}{U} - \frac{1}{R}$ 图线。2) 平方转化：将其中某一物理变量平方，使其与另一物理变量成线性关系，例如“由单摆测重力加速度”的 $T^2 - L$ 图线，2014年高考安徽卷“研究平抛物体运动”的 $y - x^2$ 图线等。

3) 综合转化：包括倒数、平方及各种函数变化等多种方式，例如2011年高考海南卷“验证机械能守恒定律”的 $\frac{1}{t^2} - s$ 图线，2012年高考上海卷“单摆测重力加速度”的 $\lg T - \lg L$ 图线等。无论采取何种变量代换方式，如“单摆测重力加速度”由 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ 通过变量代换的 $T^2 - L$ 图线或 $\lg T - \lg L$ 图线，都是为了实现直观化的“化曲为直”，建立线性图像。需要指出的是，目前高考实验题多数情况下已经建立好两个呈线性关系的物理实验变量，考查更多关注线性图像隐藏的物理含义，如利用斜率和截距求相关未知量，剔除误差较大数据，找寻与线性变量相关物理量的关系，分析实验误差等，注重挖掘线性图像的潜在价值考查。