

4 个感应电动势模型及其应用

任美丽

张志锋

(商洛市商州区中学 陕西 商洛 726000) (商南高级中学 陕西 商洛 726300)

(收稿日期:2016-02-15)

在电磁感应中,产生电动势的导体或部分电路等效为电源,电源有两个表征量:电动势和内电阻.解答电磁感应的综合问题时,往往要先求等效电源的电动势.由法拉第电磁感应定律 $E = n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$,可以推导出4个感应电动势模型,本文结合近年高考题,阐述电磁感应中的4个电动势模型及其应用.

1 导杆平动模型

导体杆在磁场中平动切割磁感线时,当速度方向与磁场方向及导杆方向均垂直时,产生的电动势大小为 $E = BLv$,方向(电势高低,电源内部电流由低电势到高电势)可由右手定则进行判断.常见如导杆、线框穿越磁场时一部分在磁场中平动、导电液体在磁场中流动等均可视为导杆平动模型.

【例1】(2015年高考海南卷)如图1,空间有一匀

强磁场,一直金属棒与磁感应强度方向垂直,当它以速度 v 沿与棒和磁感应强度都垂直的方向运动时,棒两端的感应电动势大小为 E ,将此棒弯成两段长度相等且相互垂直的折弯,置于磁感应强度相垂直的平面内,当它沿两段折线夹角平分线的方向以速度 v 运动时,棒两端的感应电动势大小为 E' ,则 $\frac{E'}{E}$ 等于

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

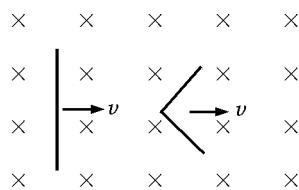


图1

分析:该题目为导杆平动模型,设直金属棒长度为 L ,当将此棒弯成两段长度相等且相互垂直的折

度大小,来判断物体的运动情况(先加速再匀速,还是先减速再匀速……).这样的变式分析,降低了难度,增强了学生的自信心,为以后倾斜传送带的分析铺好了道路.通过铺垫问题,又能使更高层次的学生参与其中的学习,提高学习物理的积极性.

6 教学反思

6.1 优点

(1) 试卷讲评课从课堂延伸到了课前和课后,提高了学生的主观能动性,使试卷讲评所用的课时有效缩短了(目前新课程改革下,笔者所在的学校,高三物理课时的安排为每周4节),这样的教学有效关注了学生的学情,做到了“有的放矢”,提高了试卷讲评课的效率.

(2) 目标分层之后,教学由浅入深,循序渐进,又结合班级的实际学情,在三层教学中采用了不同

的教学方式,有利于班级各层次的学生参与其中,都有所收获,提高了学生学习的积极性.

(3) 通过实践,学生对错题进行错因分析后,明显感觉到在后期的教学中能有效降低在一层教学中类似的错误率.

6.2 缺点

(1) 在学生的学情分析中,部分学生还不能足够认识到自己错误的实质原因,只能认识到一些比较表面的错因,如审题不清、计算错误、概念遗忘等,还需通过日后教学进一步改善.

(2) 在教学过程中依据班级的实际情况,在处理第三层次的教学时,时间比较紧张,大部分内容都是教师直接讲授,留给学生自主合作交流的时间比较少,急需课后学生的自主复习才能得以巩固,这就导致了部分自主性比较差的学生对这部分知识不能很好掌握,课后作业出现的问题也比较多.

弯时,垂直于速度 v 方向上其等效长度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}L$,由导体平动模型知,产生的电动势分别为 $E = BLv$ 和 $E' = \frac{\sqrt{2}}{2}BLv$,得 $\frac{E'}{E} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,故 B 选项正确.

【例 2】(2015 年高考天津卷) 如图 2 所示,凸字形硬质金属线框质量为 m ,相邻各边互相垂直,且处于同一竖直平面内, ab 边长为 l , cd 边长为 $2l$, ab 与 cd 平行,间距为 $2l$. 匀强磁场区域的上下边界均水平,磁场方向垂直于线框所在平面. 开始时, cd 边到磁场上边界的距离为 $2l$,线框由静止释放,从 cd 边进入磁场直到 ef 和 pq 边进入磁场前,线框做匀速运动,在 ef 和 pq 边离开磁场后, ab 边离开磁场之前,线框又做匀速运动. 线框完全穿过磁场过程中产生的热量为 Q . 线框在下落过程中始终处于原竖直平面内,且 ab , cd 边保持水平,重力加速度为 g . 求:

- (1) 线框 ab 边将离开磁场时做匀速运动的速度大小是 cd 边刚进入磁场时的几倍;
- (2) 磁场上下边界间的距离 H .

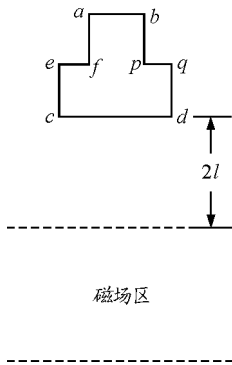


图 2

分析: 此问题为线框穿越磁场问题,符合导体平动模型. 设磁场的磁感应强度大小为 B , cd 边刚进入磁场时,线框做匀速运动的速度为 v_1 , cd 边上的感应电动势为 E_1 ,则

$$E_1 = 2Blv_1$$

设线框总电阻为 R ,此时线框中电流为 I_1 ,由闭合电路欧姆定律可得

$$I_1 = \frac{E_1}{R}$$

设此时线框所受安培力为 F_1 ,有

$$F_1 = 2BI_1l$$

由于线框做匀速运动,故受力平衡,所以有

$$mg = F_1$$

联立解得

$$v_1 = \frac{mgR}{4B^2l^2}$$

设 ab 边离开磁场之前,线框做匀速运动的速度为 v_2 ,同理可得

$$v_2 = \frac{mgR}{B^2l^2}$$

故可知

$$v_2 = 4v_1$$

(2) 线框自释放到 cd 边恰进入磁场时,由机械能守恒定律可得

$$2mgl = \frac{1}{2}mv_1^2$$

线框完全穿过磁场的过程中,由能量守恒定律可得

$$mg(2l + H) = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 + Q$$

联立解得

$$H = \frac{Q}{mg} + 28l$$

2 导体转动模型

当导体杆在匀强磁场中以一端为轴,垂直于磁场方向转动时,产生的电动势大小为 $E = \frac{1}{2}Bl^2\omega$,其中 ω 为导体杆转动的角速度,方向可由右手定则加以判断. 此类模型如法拉第发电圆盘,飞机螺旋桨切割地磁场等.

【例 3】(2015 年高考全国新课标 II 卷) 如图 3 所示,直角三角形金属框 abc 放置在匀强磁场中,磁感应强度大小为 B ,方向平行于 ab 边向上. 当金属框绕 ab 边以角速度 ω 逆时针转动时, a , b , c 三点的电势分别为 U_a , U_b , U_c . 已知 bc 边的长度为 l . 下列判断正确的是

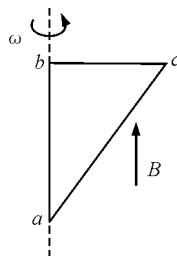


图 3

- $U_a > U_c$,金属框中无电流
- $U_b > U_c$,金属框中电流方向沿 $a-b-c-a$

C. $U_{bc} = -\frac{1}{2}Bl^2\omega$, 金属框中无电流

D. $U_{bc} = \frac{1}{2}Bl^2\omega$, 金属框中电流方向沿 $a-c-$

$b-a$

分析:当金属框绕 ab 边以角速度 ω 逆时针转动时,穿过直角三角形金属框 abc 的磁通量恒为零,所以金属框中无电流,而 bc 边为导杆匀速转动模型,由右手定则知 c 端电势高,故 $U_{bc} = -\frac{1}{2}Bl^2\omega$,选项 C 正确.

【例 4】(2014 年高考浙江卷)某同学设计了一个发电测速装置,工作原理如图 4 所示.

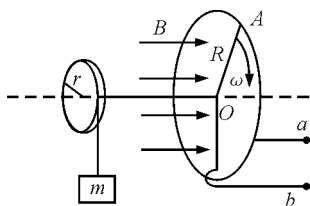


图 4

一个半径 $R=0.1\text{ m}$ 的圆形金属导轨固定在竖直平面上,金属棒 OA 长为 R , A 端与导轨接触良好, O 端固定在圆心处的转轴上.转轴的左端有一个半径 $r=\frac{R}{3}$ 的圆盘,圆盘和金属棒能随转轴一起转动.圆盘上绕有不可伸长的细线,下端挂着一个质量 $m=0.5\text{ kg}$ 的铝块.在金属导轨区域内存在垂直于导轨平面向右的匀强磁场,磁感应强度 $B=0.5\text{ T}$. a 点与导轨相连, b 点通过电刷与 O 端相连.测量 a, b 两点间的电势差 U 可算得铝块速度.铝块由静止释放,下落 $h=0.3\text{ m}$ 时,测得 $U=0.15\text{ V}$. (细线与圆盘间没有滑动,金属棒、导轨、导线及电刷的电阻均不计,重力加速度 $g=10\text{ m/s}^2$)

(1) 测 U 时,与 a 点相接的是电压表的“正极”还是“负极”?

(2) 求此时铝块的速度大小;

(3) 求此下落过程中铝块机械能的损失.

分析:长为 R 的金属棒绕 O 点转动切割磁感线,即为导杆匀速转动模型.

(1) 由右手定则知 A 为电源正极,所以 a 点接的是电压表的正极.

(2) 金属棒产生的电动势 $E = \frac{1}{2}BR^2\omega$, 金属棒

电阻不计时, $U=E$, 圆盘和金属棒有相同角速度 ω , 圆盘的线速度 $v = \frac{R\omega}{3}$, 代入数值得 $v = 2.0\text{ m/s}$.

(3) 下落过程中铝块损失的机械能为

$$\Delta E = mgh - \frac{1}{2}mv^2$$

代入数据得

$$\Delta E = 0.5\text{ J}$$

3 磁场匀变模型

当垂直于某一回路中的磁场均匀变化时,产生的感应电动势为恒定的,其大小 $E = nkS$, 其中 n 为线圈的匝数, $k = \frac{\Delta B}{\Delta t}$ 为磁感应强度的变化率,电动势方向可由楞次定律加以判断.

【例 5】(2015 年高考重庆卷)图 5 为无线充电技术中使用的受电线圈示意图,线圈匝数为 n , 面积为 S . 若在 t_1 到 t_2 时间内,匀强磁场平行于线圈轴线向右穿过线圈,其磁感应强度大小由 B_1 均匀增加到 B_2 , 则该段时间线圈两端 a 和 b 之间的电势差 $\varphi_a - \varphi_b$

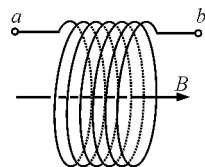


图 5

A. 恒为 $\frac{nS(B_2 - B_1)}{t_2 - t_1}$

B. 从零均匀变化到 $\frac{nS(B_2 - B_1)}{t_2 - t_1}$

C. 恒为 $-\frac{nS(B_2 - B_1)}{t_2 - t_1}$

D. 从零均匀变化到 $-\frac{nS(B_2 - B_1)}{t_2 - t_1}$

分析:此问题为典型的磁场匀变电动势模型 $E = nkS$, 其中

$$k = \frac{B_2 - B_1}{t_2 - t_1}$$

且由楞次定律知, b 端等效于电源正极, 故

$$\varphi_a - \varphi_b = -\frac{nS(B_2 - B_1)}{t_2 - t_1}$$

大小方向恒定, 故 C 项正确.

【例 6】(2015 年高考江苏卷)做磁共振检查时,对人体施加的磁场发生变化时会在肌肉组织中产生感应电流.某同学为了估算该感应电流对肌肉组织的影响,将包裹在骨骼上一圈肌肉组织等效成单匝

线圈,线圈的半径 $r=5.0\text{ cm}$,线圈导线的横截面积 $A=0.8\text{ cm}^2$,电阻率 $\rho=1.5\ \Omega\cdot\text{m}$,如图6所示,匀强磁场方向与线圈平面垂直,若磁感应强度 B 在 0.3 s 内从 1.5 T 均匀地减小为零,求:(计算结果保留一位有效数字)

- (1) 该圈肌肉组织的电阻 R ;
- (2) 该圈肌肉组织中的感应电动势 E ;
- (3) 0.3 s 内该圈肌肉组织中产生的热量 Q .

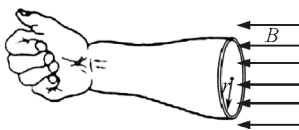


图6

分析:(1) 由电阻定律

$$R = \rho \frac{2\pi r}{A}$$

代入 $\rho=1.5\ \Omega\cdot\text{m}$, $r=0.05\text{ m}$, $A=0.8\times 10^{-4}\text{ m}^2$, 得

$$R = 6 \times 10^3\ \Omega$$

- (2) 由磁场匀变电动势模型

$$E = nkS = \frac{\Delta B}{\Delta t} \pi r^2$$

代入数值得

$$E = 4 \times 10^{-2}\text{ V}$$

- (3) 由焦耳定律得

$$Q = \frac{E^2}{R} \Delta t$$

解得

$$Q = 8 \times 10^{-8}\text{ J}$$

4 线圈匀转模型

当线圈在匀强磁场中绕垂直于磁场方向的轴匀速转动时,将产生正弦式交变电动势,其瞬时值表达式为 $e=nBS\omega \sin \omega t$ (由中性开始计时),其中 n 为线圈的匝数, S 为线圈在磁场中的有效面积,与线圈形状无关,峰值为 $E_m = nBS\omega$,此类模型如发电机。

【例7】(2015年高
考四川卷)小型手摇
发电机线圈共 N 匝,
每匝可简化为矩形线
圈 $abcd$,磁极间的磁
场视为匀强磁场,方
向垂直于线圈中心轴 OO' ,线圈绕 OO' 匀速转动,如图7所示。矩形线圈 ab 边和 cd 边产生的感应电动势

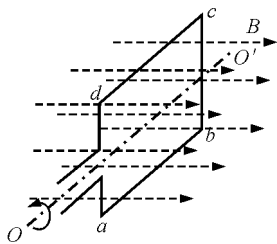


图7

的最大值都为 e_0 ,不计线圈电阻,则发电机输出电压

- A. 峰值是 e_0
- B. 峰值是 $2e_0$
- C. 有效值是 $\frac{\sqrt{2}}{2}Ne_0$
- D. 有效值是 $\sqrt{2}Ne_0$

分析:此问题为线圈匀转模型: $e=nBS\omega \sin \omega t$,线圈 ab 边和 cd 边产生的感应电动势的最大值都为 e_0 ,因此对单匝矩形线圈总电动势最大值为 $2e_0$,又因为发电机线圈共 N 匝,所以发电机线圈中总电动势最大值为 $2Ne_0$,根据闭合电路欧姆定律可知,在不计线圈内阻时,输出电压等于感应电动势的大小,即其峰值为 $2Ne_0$,故选项 A, B 错误;又由题意可知,若从图示位置开始计时,发电机线圈中产生的感应电流为正弦式交变电流,由其有效值与峰值的关系可知, $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$,即 $U = \sqrt{2}Ne_0$,故选项 D 正确。

【例8】(2014年
高考天津卷)如图8(a)所示,在匀强磁场中,一矩形金属线圈两次分别以不同的转速,绕与磁感线垂直的轴匀速转动,产生的交变电动势图像如图8(b)中曲线 a, b 所示,则

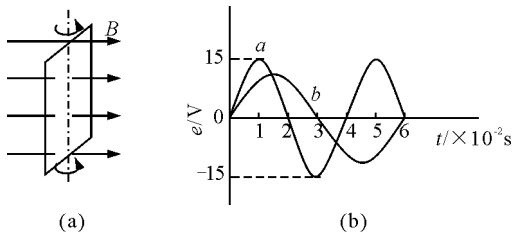


图8

- A. 两次 $t=0$ 时刻线圈平面与中性面重合
- B. 曲线 a, b 对应的线圈转速之比为 $2:3$
- C. 曲线 a 表示的交变电动势频率为 25 Hz
- D. 曲线 b 表示的交变电动势有效值为 10 V

分析:此问题仍为感应电动势的线圈匀转模型, a, b 图线在 $t=0$ 时刻, e 均为零,故线圈平面均与中性面重合; a, b 对应周期之比 $T_a : T_b = 2 : 3$,转速 $n = \frac{1}{T}$,故 $n_a : n_b = 3 : 2$; a 对应的周期为 $T_a = 4 \times 10^{-2}\text{ s}$,交变电动势的频率为 $f = 25\text{ Hz}$,由 $E_m = BS\omega$ 知 a 和 b 对应电动势峰值之比 $3 : 2$,得到 $E_b = 10\text{ V}$,其有效值应为 $5\sqrt{2}\text{ V}$,故选项 A, C 正确。

深刻理解这4个感应电动势模型,为我们快速、准确解决电磁感应中的电路问题、图像问题、动力学问题以及能量问题找到了突破口,也为构建此类物理模型奠定了基础。