

一种证明引力大小与质量乘积成正比的数学方法*

何春生

(北京市第八十中学 北京 100102)

(收稿日期:2016-02-29)

摘要:若 $z = k_1 x, z = k_2 y$, 两式相乘可得 $z^2 = k_1 k_2 xy$, 貌似可以得到 z^2 与 xy 的乘积成正比. 可在高中物理教材上, 在行星与太阳间引力大小的推导中, 由圆周运动知识、开普勒定律和牛顿第三定律得出: 引力大小与行星质量成正比, 与太阳的质量成正比, 可结论却是引力大小与它们质量的乘积成正比, 这是为什么呢?

关键词: 万有引力大小 成正比 牛顿第三定律

1 问题的提出

关于万有引力大小, 现行人教版教材《物理·必修2》和教科版教材《物理·必修2》的处理方式几乎相同. 将行星的运动轨迹简化为圆, 将行星绕太阳的运动简化为匀速圆周运动. 认为太阳对行星的引力提供行星绕太阳做圆周运动的向心力. 结合圆周运动和开普勒第三定律, 推导出太阳对行星的引力与行星的质量成正比, 与它们之间的距离的平方成反比. 即

$$F \propto \frac{m}{r^2} \quad (1)$$

然后指出: 从相互作用的角度来看, 行星与太阳的地位相同, 所以太阳所受的引力也应与太阳的质量成正比, 与它们距离的平方成反比. 即

$$F' \propto \frac{M}{r^2} \quad (2)$$

根据牛顿第三定律有

$$F = F' \quad (3)$$

所以

$$F \propto \frac{Mm}{r^2} \quad (4)$$

由式(1)、式(2)和式(3)真的能导出式(4)吗? 引力大小与太阳的质量成正比, 与行星的质量也成正比, 就一定能证明引力大小与二者质量的乘积成正比吗?

关于引力和两天体的质量关系, 有学生做过这样的推导. 设在 r 不变的情况下, 若将式(1)和式(2)变为等式, 分别表述为

$$F = k_1 m \quad (5)$$

$$F' = k_2 M \quad (6)$$

将(5)、(6)两式相乘可得

$$F^2 = k_1 k_2 Mm \quad (7)$$

从式(7)中不难看出 F 不是与 M, m 的乘积成正比, 而是 F 与 M, m 的乘积的平方根成正比. 问题出在哪儿? 是万有引力定律出问题了吗?

2 错因分析

该同学的推导过程貌似合理. 但实际上只有当 k_1, k_2 与 M, m 无关, 相对 M, m 独立时, 他的推导过程才能成立. 而 k_1, k_2 真的与 M, m 无关吗?

我们回顾一下式(1)推导过程:

若认为行星绕太阳做匀速圆周运动, 根据向心力公式有

$$F = ma_n = m \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad (8)$$

由根据开普勒第三定律有

$$\frac{r^3}{T^2} = k \quad (9)$$

联立(8)、(9)两式可得

$$F = 4\pi^2 k \frac{m}{r^2} \quad (10)$$

* 北京市中小学名师发展工程首都师范大学基地成果.

经历过程 把握方法 提升复习课教学有效性

——初中物理复习课探究式学习引导实践

徐 伟

(上海市闵行区诸翟学校 上海 201107)

(收稿日期:2016-02-29)

摘要:有效的复习方法不应是简单、机械地重复所学的知识,也绝非是把原来的教学活动再重现一次,复习课的价值在于让学生在不断巩固已学知识的基础上,获得新的能力提升。

关键词:初中物理复习课 探究式学习 教学有效性

笔者在初中物理复习课教学实践中,运用探究式学习,让学生不仅“学会”,而且“会学”,提升了复习课教学的有效性。

1 描绘思维导图 让学生“动”起来

在复习课教学中,笔者也曾采用板书或投示“知识网络”的方法进行知识梳理,希望学生能够掌握所学知识的结构体系,但往往重视讲授,而忽视了学

生的主动参与,课堂效率低.后来,在尝试探究式教学时,让学生自己收集整理知识网络,经过复习、再现、重新构建,学生能整理出基本的知识思维导图。

案例 1:在复习“压力与压强”单元时,笔者运用探究性学习进行教学,通过学生绘图→师生评图→师生改图→学生讲图,绘制了“压力与压强”思维导图,如图 1 所示。

所以

$$F \propto \frac{m}{r^2}$$

因为式(9)中 k 与太阳的质量有关,可见在 r 不变的情况下,式(5)中 k_1 与 M 有关,是 M 的函数.同样的道理,可见在 r 不变的情况式(6)中 k_2 也与 m 有关,是一个关于 m 的函数.所以上述学生的推导是有问题的。

3 一种解决问题的办法

在 r 不变时,可将中心天体对行星的引力大小表述为

$$F = f_1(M)m \quad (11)$$

同理也可将行星对中心天体的引力表述为

$$F' = f_2(m)M \quad (12)$$

因为 F 与 F' 为相互作用力,所以

$$F = F' \quad (13)$$

联立式(11)、(12)和(13)可得

$$f_1(M) = \frac{f_2(m)}{m}M$$

又因为当 m 为某一定值时, $f_2(m)$ 也为定值,所以

$$f_1(M) \propto M$$

代入式(11),可得 $F \propto Mm$

所以在两物体间距离不变时,万有引力的大小与两物体的质量乘积成正比,而不是与两物体质量乘积的平方根成正比。

可见上述同学推导过程中用到的式(5)和式(6)中 k_1, k_2 分别为 M, m 的正比例函数,设其比例系数分别为 k'_1 和 k'_2 ,则式(7)变为

$$F^2 = k'_1 k'_2 M^2 m^2$$

同样可以看出在两天体间距离不变时,万有引力大小与两天体的质量乘积成正比。