

驻波法测声速时两种数据处理方法的对比研究*

张松锋 周小东

(周口师范学院机械与电气工程学院 河南 周口 466001)

(收稿日期:2016-04-13)

摘要:驻波法是常用的声速测量方法.驻波法测声速时常用逐差法进行数据处理,也有采用最小二乘法的,为了比较两种方法的优劣,本文对驻波法测声速分别采用逐差法和最小二乘法处理数据,并对测量结果的不确定度进行了分析.通过数据处理结果发现,逐差法和最小二乘法在驻波法测声速的数据处理上是等效的,都能得到良好的效果.

关键词:声速测量 驻波法 逐差法 最小二乘法

声波是一种在弹性媒质中传播的机械波,声速是描述声波在媒质中传播特性的一个基本物理量^[1].对声速的测量具有广泛的理论意义和现实意义,比如在无损检测、探伤、流体测速、气体成分分析、气体或液体浓度的测定等工程实践中都要用到声速的测量^[2].声速测量方法可分为两类:第一类方法是根据关系式 $v = \frac{l}{t}$,测出传播距离 l 和所需时间 t 后,即可计算出声速;第二类方法是利用关系式 $v = \lambda f$,测出其波长 λ 和频率 f 也可计算出声速 v .本文用到的驻波法属第二类方法,即利用声速和波长、频率的关系测量声速^[3].

1 实验原理^[4~8]

如图1所示,从发射换能器 S_1 发出一定频率的平面波,经过空气传播一段距离后到达接收换能器 S_2 .如果两个换能器的接收平面和发射平面平行,平面波到达接收面后会发生反射,如此循环往复,因此在示波器中看到的波形应该是入射波和反射波在两个端面间来回反射并叠加而形成的波形,虽然叠加波并非理想驻波,但叠加波的相邻波腹(或波节)之间的距离刚好等于半波长的整数倍,即叠加波形中相邻极大值(或极小值)之间的距离为半个波长.可使用测试仪上的数显尺测出 n 个半波长的长度 l ,从

信号发生器上读出发射声波的频率 f ,则声速为

$$v = \lambda f = \frac{2fl}{n} \quad (1)$$

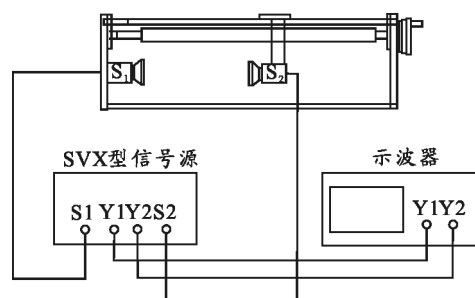


图1 声速测量装置

空气中的声速与环境温度和湿度有关,若只考虑温度的影响,声速的理论计算式为

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{T_0}} \quad (2)$$

其中 t 为环境温度,采用摄氏温标, $T_0 = 273.15$ K, v_0 为 0°C 时的声速,对于空气介质 $v_0 = 331.45$ m/s.根据式(2)可计算出温度为 t 时空气中声速的理论值.

2 数据原始记录

采用驻波法测声速时,要测的物理量有测试系统的最佳工作频率和接收端波形出现极大值时数显尺的读数,分别如表1和表2所示.环境温度 $t = 13.2^\circ\text{C}$.

* 国家自然科学基金“金属纳米颗粒表面等离子体增强半导体发光机理研究”,项目编号:11405280;河南省教育厅科学技术研究重点项目“金属纳米颗粒局域表面等离子体增强半导体发光性能研究”,项目编号:14B140021

作者简介:张松锋(1981-),男,硕士,讲师,主要研究方向为基础物理实验的教学与研究.

表1 测试系统的最佳工作频率

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
f/kHz	35.933	35.931	35.926	35.925	35.927	35.9284

表2 波形出现极大值时数显尺读数

测量次数	l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5
数显尺读数/mm	67.108	71.870	76.629	81.342	86.114	90.920

测量次数	l_6	l_7	l_8	l_9	l_{10}	l_{11}
数显尺读数/mm	95.593	100.400	105.210	109.988	114.697	119.546

3 数据处理及分析^[7,8]

3.1 逐差法

按照逐差法处理实验数据的原理,根据表2数据求解波长,如表3所示.

表3 λ_i 值

λ_i	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
计算结果/mm	9.495	9.510	9.527	9.549	9.528	9.542

根据表3中数据,可计算出 $\bar{\lambda} = 9.525 \text{ mm}$.根据式(1),可得

$$v_1 = \bar{\lambda} \bar{f}$$

代入数据得

$$v_1 = 342.218 \text{ m/s}$$

3.1.1 波长 $\bar{\lambda}$ 的不确定度分析

(1) A类不确定度分析

$\bar{\lambda}$ 的算术平均值的标准偏差

$$S_{\bar{\lambda}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{6 \times (6-1)}} = 0.008 \text{ mm}$$

所以 $u_A(\bar{\lambda}) = S_{\bar{\lambda}} = 0.008 \text{ mm}$

(2) B类不确定度分析

仪器读数分辨率引入的误差按B类评定,数显尺的最小分度为0.01 mm,估读值为0.005 mm,即 $\Delta = 0.005 \text{ mm}$.

$$u_B(\bar{\lambda}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = 0.003 \text{ mm}$$

(3) 合成不确定度分析

根据不确定度合成公式可得

$$u(\bar{\lambda}) = \sqrt{u_A^2(\bar{\lambda}) + u_B^2(\bar{\lambda})} = 0.009 \text{ mm}$$

3.1.2 频率 f 的不确定度分析

(1) A类不确定度分析

\bar{f} 的算术平均值的标准偏差

$$S_{\bar{f}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (f_i - \bar{f})^2}{5 \times (5-1)}} = 0.002 \text{ kHz}$$

$$u_A(\bar{f}) = S_{\bar{f}} = 0.002 \text{ kHz}$$

(2) B类不确定度分析

信号发生器中频率的最小分度为0.001 kHz,所以 $\Delta = 0.0005 \text{ kHz}$.

$$u_B(\bar{f}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = 0.0003 \text{ kHz}$$

(3) 合成不确定度分析

根据不确定度合成公式可得

$$u(\bar{f}) = \sqrt{u_A^2(\bar{f}) + u_B^2(\bar{f})} = 0.002 \text{ kHz}$$

3.1.3 声速 v 的不确定度分析

声速 v 的不确定度传递公式为

$$u(v) = v \sqrt{\left[\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right]^2 + \left[\frac{u(f)}{f}\right]^2}$$

所以声速的不确定度为

$$u(v_1) = v_1 \sqrt{\left[\frac{u(\bar{\lambda})}{\bar{\lambda}}\right]^2 + \left[\frac{u(\bar{f})}{\bar{f}}\right]^2} = 342.2 \times \sqrt{\left(\frac{0.009}{9.525}\right)^2 + \left(\frac{0.002}{35.9284}\right)^2} \text{ m/s} = 0.3 \text{ m/s}$$

测量结果为

$$v_1 \pm u(v_1) = (342.2 \pm 0.3) \text{ m/s}$$

环境温度为13.2°C时,声速的理论值 v_s 为339.364 m/s,所以测量值的相对误差

$$E_r = \frac{v_1 - v_s}{v_s} = 0.84\%$$

3.2 最小二乘法

设用最小二乘法拟合的直线方程为 $y = a + bx$,

令 $y = l_i, b = \frac{\lambda}{2}, x = i$,由原始数据和最小二乘法计算公式可得

$$b = \frac{\bar{x}y - \bar{x}\bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2} = 4.764 \text{ mm}$$

关联系数

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}} = 0.999998$$

关联系数 r 非常接近1,说明 x, y 之间的线性关系非

常好. 由 $b = \frac{\lambda}{2}$, 得 $\lambda = 2b = 9.528 \text{ mm}$

$$v_2 = \lambda f = 342.326 \text{ m/s}$$

3.2.1 波长不确定度分析

(1) A类不确定度分析

b 的标准偏差为

$$S_b = \sqrt{\left(\frac{1-r^2}{n-2}\right) \frac{b}{r}} = 0.0014 \text{ mm}$$

所以 $u_A(\lambda) = S_b = 0.0014 \text{ mm}$

(2) B类不确定度分析

B类不确定度和采用逐差法时一样, 所以

$$u_B(\lambda) = 0.0029 \text{ mm}$$

(3) 合成不确定度分析

$$u(\lambda) = \sqrt{u_A^2(\lambda) + u_B^2(\lambda)} = 0.0032 \text{ mm}$$

3.2.2 声速的不确定度分析

$$u(v_2) = v_2 \sqrt{\left[\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right]^2 + \left[\frac{u(f)}{f}\right]^2} =$$

$$342.3 \times \sqrt{\left(\frac{0.0032}{9.528}\right)^2 + \left(\frac{0.002}{35.9284}\right)^2} \text{ m/s} =$$

$$0.1 \text{ m/s}$$

测量结果为

$$v_2 \pm u(v_2) = (342.3 \pm 0.1) \text{ m/s}$$

所以测量值的相对误差

$$E_r = \frac{v_2 - v_s}{v_s} = 0.87\%$$

(上接第71页)

块和砝码的质量读数是准确的, 橡胶的表面积一定, 可以适当减少对实验结果的影响, 实验处理中运用一元线性回归法^[3]来处理数据, 进一步减小了实验的误差. 本实验装置还可以把橡胶换成其他有弹性的物体, 使用同样的实验方法测量出相应的杨氏模量.

A Measuring Method on Young Modulus of Rubber

Zhang Ying Li Yanru Xie Huiling Zhang HaoJing Zhang Xiong

(Physics and Electronic Information Institute, Yunnan Normal University, Kunming, Yunnan 650500)

Abstract: We in college often measure Young Modulus of metvcalcs by tensile method or bending beam method with disadvantages including difficulties in regulating apparatus, reading error and high cost. What's more, its apparatus cannot be applied into measuring that of nonmetal. To specific the experiment, simplify the equipmen and make phenomenon more clear, this essay introduce a kind of simple apparatus to measure Young modulus of nonmetal.

Key words: Young modulus; simple apparatus; rubber

4 结论

从逐差法和最小二乘法处理数据的结果来看, 二者在处理驻波法测声速实验数据时都可以得到较好的结果, 因为利用二者计算的结果和理论值的误差都小于1%, 在误差允许的范围内, 并且二者的误差相差不大, 只有0.03%. 所以利用逐差法和最小二乘法处理数据是等效的.

参考文献

- 1 吴定允, 常加忠. 大学物理实验. 郑州: 河南科学技术出版社, 2014. 138 ~ 141
- 2 睦聿文. 声速测量实验中声波的研究. 西华大学学报(自然科学版), 2011, 30(1): 52 ~ 55
- 3 王山林. 关于声速测量实验的研究与设计. 廊坊师范学院学报(自然科学版), 2012, 12(1): 45 ~ 46
- 4 潘健, 姚渐伟. 关于声速测量实验的讨论. 大学物理, 2010, 29(11): 55 ~ 58
- 5 郑庆华, 童悦. 声速测量实验的理论分析. 宜春学院学报(自然科学版), 2006, 28(4): 44 ~ 46
- 6 张俊玲. 驻波法测量声速实验的系统误差分析. 大学物理实验, 2012, 25(5): 81 ~ 83
- 7 刘石劬. 声速测量及不确定度分析. 大学物理实验, 2013, 26(4): 99 ~ 103
- 8 黄贤群. 基于最小二乘法的声速测定实验数据处理及分析. 大学物理实验, 2012, 25(2): 75 ~ 77

参考文献

- 1 杨述武. 普通物理实验(一). 北京: 高等教育出版社, 2008. 91
- 2 Kenneth A. Pestka II Young's Modulus of a Marshmallow. The Physics Teacher, 2008(3): 140 ~ 141
- 3 张雄, 王黎智, 马力, 等. 物理实验设计与研究. 北京: 科学出版社, 2001