



# 递推法求分形物体的转动惯量

吴喜洋 汤伶俐 李超华 官雪

(上海师范大学物理系 上海 200234)

方伟

(上海师范大学物理系 上海 200234;

上海市星系和宇宙学半解析研究重点实验室 上海 200234)

(收稿日期:2016-04-18)

**摘要:**应用递推法,结合量纲分析,标度变换及平行轴定理,求解了 $n$ 阶康托尔集、谢尔宾斯基地毯、门格海绵、谢尔宾斯基四面体的转动惯量.

**关键词:**量纲分析 分形 转动惯量 递推法

## 1 前言

形状规则的刚体转动惯量可由基本定义式积分求得.利用量纲分析法,对某些具有一定对称性且质量分布均匀的物体[诸如细棒、平面体(三角形、矩形、等腰梯形、正多边形、扇形、圆形、三角形等)、长方体等]的转动惯量亦可在不用积分等繁杂运算的情况下利用量纲分析法巧妙求出<sup>[1~4]</sup>.文献[5]将上述方法推广至分形物体,利用分形物体的自相似特性,结合量纲分析、标度变换和平行轴定理分别求出了谢尔宾斯基三角形、门格海绵、谢尔宾斯基四面体等分形物体的转动惯量.文献[6]研究发现,该方法在求该文中的那些体积、面积或者长度趋向于零的分形物体的转动惯量时并不奏效,这是由于数学上的无穷阶分形与物理上可实现的有限阶分形物体之间存在差别导致.文献[6]巧妙地利用了 $n-1$ 阶的分形物体与 $n$ 阶分形物体的一部分存在相似性的特点,同样利用标度变换和量纲分析法,给出了求 $n$ 阶分形物体转动惯量的方法.文中以简单的分形正三角形为例,显示该结果在 $n$ 趋向无穷大时与文献[5]的结果是一致的.本文准备利用文献[6]中的方法来具体求解几个典型的分形物体的转动惯量,并证

明当分形物体的阶数 $n$ 趋向无穷大时,其结果与文献[5]的结果都是一致的,进而说明该方法的有效性.

## 2 递推法求分形物体转动惯量

### 2.1 康托尔集

取一条单位长度的线段,把它3等分,截掉中间那一段,然后将剩下的两段分别3等分,再去掉中间一段,对剩下的更短的线段继续同样的操作.随着不断的分割,所形成的线段数目越来越多,长度越来越小,在极限的情况下,可得到一个离散的点集,称为康托尔点集,其长度为零.

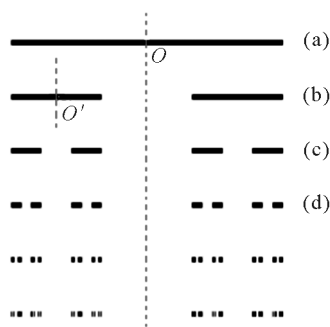


图1

定义如图1(a)所示为第0阶分形图形,图1(b)

作者简介:吴喜洋(1991-),女,在读研究生.

通讯作者:方伟(1981-),男,副教授,主要从事天体物理、宇宙学及物理教学与课程论方面的研究.

为第1阶分形图形,图1(c)为第2阶分形图形,图1(d)为第3阶分形图形,以此类推直至第 $n$ 阶分形图形.设图1(a)是质量为 $m$ ,边长为 $L$ 的直线段.根据量纲分析,它绕过质心 $O$ 且垂直于该线段的转轴的转动惯量可表示为

$$I_0 = \lambda mL^2 \quad (1)$$

其中 $\lambda$ 为无量纲的比例系数,且 $\lambda$ 仅与物体的形状有关.

将图1(a)进行一次分形即可得到第1阶分形图[图1(b)],它的质量 $m_1$ 等于 $\frac{2m}{3}$ .图1(b)绕其质心轴 $O$ 的转动惯量可以看作2个长度为图2(a)的 $\frac{1}{3}$ 的短线段绕质心轴 $O$ 的转动惯量的叠加.而对于短线段绕质心轴 $O$ 的转动惯量可由其绕自身质心轴 $O'$ 的转动惯量再结合平行轴定理而得出.每段短线段的质心 $O'$ 到转轴 $O$ 的垂直距离为 $\frac{L}{3}$ .根据以上分析可得

$$I_1 = 2 \left[ \frac{1}{27} I_0 + \frac{m}{3} \left( \frac{L}{3} \right)^2 \right] \quad (2)$$

经二次分形后得到第2阶分形图[如图1(c)],该分形图的质量为 $m_2$ 为 $\left(\frac{2}{3}\right)^2 m$ .图1(c)绕其质心轴的转动惯量可看成2个长度为2(b)的 $\frac{1}{3}$ 的一阶分形线段绕质心轴 $O$ 的转动惯量的叠加.根据量纲分析、标度变换、平行轴定理得

$$I_2 = 2 \left[ \frac{1}{27} I_1 + \frac{m}{2} \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{L}{3} \right)^2 \right] \quad (3)$$

同理可得,第三阶分形图的质量 $m_3$ 为 $\left(\frac{2}{3}\right)^3 m$ ,如图1(d)绕其质心轴的转动惯量可看成2个长度为2(c)的 $\frac{1}{3}$ 的一阶分形线段绕质心轴 $O$ 的转动惯量的叠加,因而有

$$I_3 = 2 \left[ \frac{1}{27} I_2 + \frac{m}{2} \left( \frac{2}{3} \right)^3 \left( \frac{L}{3} \right)^2 \right] \quad (4)$$

依此类推,第 $n$ 阶康托尔集的质量 $m_n$ 等于 $\left(\frac{2}{3}\right)^n m$ .该分形图形绕其质心轴的转动惯量为 $I_n$ ,可以看成2个长度为 $n-1$ 阶分形图形的 $\frac{1}{3}$ 的分形

图形绕质心轴 $O$ 的转动惯量的叠加,因此可得

$$I_n = 2 \left[ \frac{1}{27} I_{n-1} + \frac{m}{2} \left( \frac{2}{3} \right)^n \left( \frac{L}{3} \right)^2 \right] = \frac{2}{27} \left[ I_{n-1} + mL^2 \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} \right] \quad (5)$$

为求第 $n$ 阶康托尔集的转动惯量的最终表达式,先将上式改写为

$$I_n - \frac{1}{8} mL^2 \left( \frac{2}{3} \right)^n = \frac{2}{27} \left[ I_{n-1} - \frac{mL^2}{8} \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} \right] \quad (6)$$

令 $Z_n = I_n - \frac{1}{8} mL^2 \left( \frac{2}{3} \right)^n$ ,再由根据递推公式求数列通项公式的方法,可得 $n$ 阶康托尔集转动惯量的最终表达式

$$I_n = \left( \frac{2}{27} \right)^n I_0 + \frac{mL^2}{8} \left( \frac{2}{3} \right)^n (1 - 9^{-n}) \quad (7)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $I_n = 0$ ,这是显而易见的,即对于数学上的康托尔集其质量为零,转动惯量也为零.

需要注意的是,式(7)中给出的第 $n$ 阶康托尔集的质量 $m_n$ 是以第0阶康托尔集的质量为 $m$ 来计算的,即 $m_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n m$ .如果以第 $n$ 阶康托尔集的质量为 $m$ 来计算,那么 $n$ 阶康托尔集转动惯量的最终表达式应为

$$I'_n = \left( \frac{3}{2} \right)^n I_n = 9^{-n} I_0 + \frac{mL^2}{8} (1 - 9^{-n}) \quad (8)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $I'_n = \frac{mL^2}{8}$ .利用文献[5]中求转动惯量的方法计算发现所得结果一致,但实际上,由于康托尔集长度为零,质量为零,文献[5]中算出来的转动惯量并没有实际意义.

## 2.2 谢尔宾斯基地毯(分形正方形)

谢尔宾斯基地毯是瓦茨瓦夫·谢尔宾斯基在1916年提出的一种分形,其构造与谢尔宾斯基三角形相似,是将一个正方形每条边三等分,连接对边的等分点可将正方形划分为9个相等的小正方形,去掉中间的小正方形,再对剩下的小正方形重复上述操作所得的图形.

设图2(a)是质量为 $m$ ,边长为 $L$ 的正方形平板,它绕过质心 $O$ 且垂直于分形正方形平面的转轴的转动惯量为 $I_0 = \lambda mL^2$ .一次分形后得到第1阶分

形图[图 2(b)], 它的质量  $m_1$  等于  $\frac{8m}{9}$ . 设图 2(b) 绕其质心轴的转动惯量可看作 8 个形如图 2(a) 的小正方形绕质心轴  $O$  的转动惯量的叠加. 分成的 8 个小正方形中, 4 个质心到转轴的垂直距离为  $\frac{L}{3}$ , 其余 4 个质心到转轴的垂直距离为  $\frac{\sqrt{2}L}{3}$ .

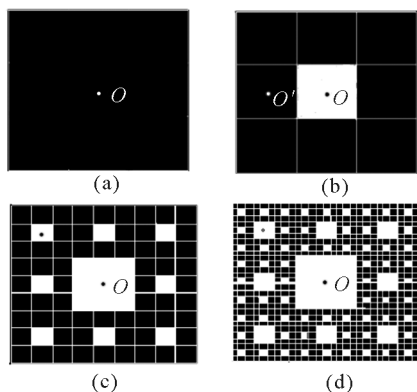


图 2

根据量纲分析、标度变换和平行轴定理可得

$$I_1 = 4 \left[ \lambda \frac{m}{9} \left( \frac{L}{3} \right)^2 + \frac{m}{9} \left( \frac{L}{3} \right)^2 \right] + 4 \left[ \lambda \frac{m}{9} \left( \frac{L}{3} \right)^2 + \frac{m}{9} \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 \right] = \frac{8}{81} I_0 + \frac{4}{9} \left( \frac{L}{3} \right)^2 m + \frac{4}{9} \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 m \quad (9)$$

第 2 阶分形正方形[如图 2(c)] 的质量  $m_2$  为  $\left(\frac{8}{9}\right)^2 m$ , 它绕其质心轴的转动惯量为  $I_2$ , 可看成 8 个形如图 2(b) 的一阶分形正方形绕质心轴  $O$  的转动惯量的叠加, 因而有

$$I_2 = \frac{8}{81} I_1 + \frac{4}{9} \left( \frac{8}{9} \right) \left( \frac{L}{3} \right)^2 m + \frac{4}{9} \left( \frac{8}{9} \right) \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 m \quad (10)$$

同理, 第 3 阶分形正方形[图 2(d)] 的质量  $m_3$  为  $\left(\frac{8}{9}\right)^3 m$ , 它绕其质心轴的转动惯量可看成 8 个形如图 2(c) 的 2 阶分形正方形绕质心轴  $O$  的转动惯量的叠加, 因此有

$$I_3 = \frac{8}{81} I_2 + \frac{4}{9} \left( \frac{8}{9} \right)^2 \left( \frac{L}{3} \right)^2 m + \frac{4}{9} \left( \frac{8}{9} \right)^2 \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 m \quad (11)$$

依此类推, 第  $n$  阶分形正方形的质量  $m_n$  等于  $\left(\frac{8}{9}\right)^n m$ . 该分形图形绕通过其质心  $O$  且垂直于分形正方形平面的转轴的转动惯量为  $I_n$ , 可以看成 8 个线度为  $n-1$  阶分形正方形的  $\frac{1}{3}$  倍的分形正方形绕质心轴  $O$  的转动惯量的叠加, 因此有

$$I_n = \frac{8}{81} I_{n-1} + \frac{4}{9} \left( \frac{8}{9} \right)^{n-1} \left( \frac{L}{3} \right)^2 m + \frac{4}{9} \left( \frac{8}{9} \right)^{n-1} \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 m \quad (12)$$

最终由递推公式求数列通项的方法可得

$$I_n = \left( \frac{8}{81} \right)^n I_0 + \frac{3}{16} \left( \frac{8}{9} \right)^n (1 - 9^{-n}) mL^2 \quad (13)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $I_n = 0$ , 即对于数学上的分形正方形, 其质量为零, 转动惯量也为零.

根据方程(7)到方程(8)的类似处理方式, 若以第  $n$  阶分形正方形的质量为  $m$  来计算, 那么转动惯量最终的值应为

$$I'_n = \left( \frac{9}{8} \right)^n I_n = 9^{-n} I_0 + \frac{3}{16} (1 - 9^{-n}) mL^2 \quad (14)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $I'_n = \frac{3mL^2}{16}$ . 用文献[5]中求转动惯量的方法进行计算会发现结果与该值是相同的.

### 2.3 门格海棉(分形正方体)

门格海棉, 是数学家卡尔·门格于 1926 年提出的, 是康托尔集和谢尔宾斯基地毯在三维空间的推广. 把正方体每条棱 3 等分, 连接这些等分点, 将其分割为 27 个小正方体, 挖去 6 个面上和中间的 1 个小正方体, 接下来对余下 20 个小正方体继续同一操作, 即得到分形正方体(如图 3).

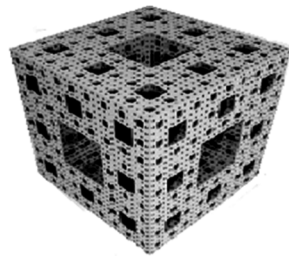


图 3

由文献[5]可知, 分形立方体的 3 个惯量主轴是相等的, 就是它的 3 个对称轴. 设质量为  $m$ , 棱长为  $L$

的正方体绕其质心轴  $O$  的转动惯量  $I_0 = \lambda mL^2$ . 那么, 第 1 阶分形正方体的质量  $m_1$  为  $\frac{20m}{27}$ , 其转动惯量  $I_1$  可看作 20 个线度为母正方体的  $\frac{1}{3}$  的小正方体绕其惯量主轴的转动惯量的叠加. 这 20 个小正方体中, 有 8 个质心到转轴的垂直距离为  $\frac{L}{3}$ , 12 个质心到转轴的垂直距离为  $\frac{\sqrt{2}L}{3}$ . 根据量纲分析、标度变换和平行轴定理可得

$$I_1 = 12 \left[ \lambda \frac{m}{27} \left( \frac{L}{3} \right)^2 + \frac{m}{27} \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 \right] + 8 \left[ \lambda \frac{m}{27} \left( \frac{L}{3} \right)^2 + \frac{m}{27} \left( \frac{L}{3} \right)^2 \right] = \frac{20}{27 \times 9} I_0 + \frac{12m}{27} \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 + \frac{8m}{27} \left( \frac{L}{3} \right)^2 \quad (15)$$

第 2 阶分形正方体的质量  $m_2$  为  $\left( \frac{20}{27} \right)^2 m$ , 它绕质心轴的转动惯量为  $I_2$  可表示为 20 个长度为  $\frac{1}{3}$  倍的第 1 阶分形正方体绕转轴的转动惯量之和, 因此有

$$I_2 = \frac{20}{27 \times 9} I_1 + \frac{12}{27} \left( \frac{20}{27} \right)^2 \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 m + \frac{8}{27} \left( \frac{20}{27} \right)^2 \left( \frac{L}{3} \right)^2 m \quad (16)$$

同理, 第 3 阶分形图的质量  $m_3$  为  $\left( \frac{20}{27} \right)^3 m$ , 因而有

$$I_3 = \frac{20}{27 \times 9} I_2 + \frac{12}{27} \left( \frac{20}{27} \right)^2 \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 m + \frac{8}{27} \left( \frac{20}{27} \right)^2 \left( \frac{L}{3} \right)^2 m \quad (17)$$

依此类推, 第  $n$  阶分形正方形的质量  $m_n$  等于  $\left( \frac{20}{27} \right)^n m$ . 该分形图形绕其惯量主轴的转动惯量为  $I_n$ , 可以看成 20 个线度为  $n-1$  阶分形正方体的  $\frac{1}{3}$  倍的分形图形绕惯量主轴的转动惯量的叠加. 根据量纲分析、标度变换和平行轴定理可得

$$I_n = \frac{20}{27 \times 9} I_{n-1} + \frac{12m}{27} \left( \frac{20}{27} \right)^{n-1} \left( \frac{\sqrt{2}L}{3} \right)^2 +$$

$$\frac{8m}{27} \left( \frac{20}{27} \right)^{n-1} \left( \frac{L}{3} \right)^2 =$$

$$\frac{20}{27 \times 9} I_{n-1} + \frac{32}{27 \times 9} \left( \frac{20}{27} \right)^{n-1} mL^2 \quad (18)$$

最终由递推公式求数列通项的方法可得

$$I_n = \left( \frac{20}{27 \times 9} \right)^n I_0 + \frac{mL^2}{5} \left( \frac{20}{27} \right)^n (1 - 9^{-n}) \quad (19)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $I_n = 0$ , 即对于数学分形正方体其质量为零, 转动惯量也为零.

同理, 根据方程(7)到方程(8)的类似处理方式, 若以第  $n$  阶分形正方体的质量为  $m$  来计算, 则转动惯量最终的值应为

$$I'_n = \left( \frac{27}{20} \right)^n I_n = 9^{-n} I_0 + \frac{mL^2}{5} (1 - 9^{-n}) \quad (20)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $I'_n = \frac{mL^2}{5}$ , 与文献[5]中的结果一致.

#### 2.4 谢尔宾斯基四面体(分形四面体)

谢尔宾斯基四面体是由四面体按三角形的剖分方式得来的, 具体的分型步骤是: 取 6 条棱的中点并连线, 可把四面体剖分为 8 个小四面体, 将除 4 个顶点所在的小四面体外的其他 4 个小四面体挖空, 然后对留下的小四面体重复同样的操作即可得图 4 所示分形四面体.

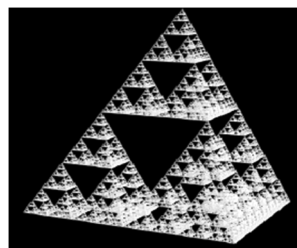


图 4

为了便于比较两种方法所得的结果, 我们仿照文献[5]对于对棱相等的四面体的转动惯量进行求解. 文献[5]将四面体镶嵌在一个长方体中, 此时四面体的中心就是长方体的中心, 对棱就是长方体对面的对角线, 通过四面体中心的 3 个相互垂直的转轴就是长方体所在的坐标轴, 设长方体的长宽高为  $a_i$ , 对角线长度为  $L_K = \sqrt{(a_i^2 + a_j^2)}$ . 由指标的轮换对称性, 考虑分形四面体对于母长方体的对称轴 ( $x_3$  轴) 的转动惯量.

设一质量为  $m$ , 长为  $L$  的四面体(母四面体), 它

绕其质心轴  $O$  的转动惯量  $I_0 = \lambda mL^2$ . 则第 1 阶分形图的质量  $m_1$  等于  $\frac{m}{2}$ , 其转动惯量  $I_1$  可看作顶点处 4 个线度为母四面体的  $\frac{1}{2}$  的小四面体绕质心轴  $O$  的转动惯量的叠加. 4 个小分形四面体质心距离转轴为  $\frac{L_3}{4}$ , 由量纲分析, 标度变换和平行轴定理可得

$$I_1 = 4 \left[ \frac{1}{32} I_0 + \frac{m}{8} \left( \frac{L_3}{4} \right)^2 \right] \quad (21)$$

第 2 阶分形图的质量  $m_2$  为  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 m$ , 它绕质心轴的转动惯量可看成是 4 个线度为一阶分形图形的  $\frac{1}{2}$  的分形四面体绕质心轴  $O$  的转动惯量的叠加, 因而有

$$I_2 = 4 \left[ \frac{1}{32} I_1 + \frac{m}{8} \frac{1}{2} \left( \frac{L_3}{4} \right)^2 \right] \quad (22)$$

同理可得第 3 阶分形四面体的转动惯量为

$$I_3 = 4 \left[ \frac{1}{32} I_2 + \frac{m}{8} \left( \frac{1}{2} \right)^2 \left( \frac{L_3}{4} \right)^2 \right] \quad (23)$$

第  $n$  阶分形四面体的质量  $m_n$  等于  $\left(\frac{1}{2}\right)^n m$ . 该分形图形绕其质心轴的转动惯量为  $I_n$ , 可以看成 4 个线度为  $n-1$  阶分形四面体的  $\frac{1}{2}$  的分形图形绕质心轴  $O$  的转动惯量的叠加. 根据量纲分析、标度变换和平行轴定理可得

$$I_n = 4 \left[ \frac{1}{32} I_{n-1} + \frac{m}{8} \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \left( \frac{L_3}{4} \right)^2 \right] = \frac{1}{8} I_{n-1} + \frac{mL_3^2}{32} \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \quad (24)$$

最终由递推公式求数列通项的方法可得

$$I_n = \left( \frac{1}{8} \right)^n I_0 + \frac{mL_3^2}{12} \left( \frac{1}{2} \right)^n (1 - 4^{-n}) \quad (25)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $I_n = 0$ , 即数学上分形四面体的转动惯量也为零.

同理, 根据方程(7)到方程(8)的类似处理方式, 若第  $n$  阶分形正方形的质量为  $m$ , 则最终的表达式

$$I'_n = (2)^n I_n = 4^{-n} I_0 + \frac{mL_3^2}{12} (1 - 4^{-n}) \quad (26)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $I'_n = \frac{mL_3^2}{12}$ . 与文献[5]中计算的结

果相同.

应用递推法, 结合标度变换和量纲分析法来求解分形物体的转动惯量, 巧妙地解决了单纯用量纲法求解质量为零的分形物体的转动惯量所存在的问题.

### 3 小结

本文中我们利用文献[6]中提出的递推法分别详细推导了质量为  $m$  的  $n$  阶康托尔集、 $n$  阶分形正方形、 $n$  阶分形立方体、 $n$  阶分形四面体的转动惯量, 它们分别为

$$n \text{ 阶分形正三角形}^{[6]}: 4^{-n} I_0 + \frac{mL^2}{9} (1 - 4^{-n})$$

$$n \text{ 阶康托尔集}: 9^{-n} I_0 + \frac{mL^2}{8} (1 - 9^{-n})$$

$$n \text{ 阶分形正方形}: 9^{-n} I_0 + \frac{3mL^2}{16} (1 - 9^{-n})$$

$$n \text{ 阶分形立方体}: 9^{-n} I_0 + \frac{mL^2}{5} (1 - 9^{-n})$$

$$n \text{ 阶分形四面体}: 4^{-n} I_0 + \frac{mL_3^2}{12} (1 - 4^{-n})$$

该方法求分形物体的转动惯量可以直接应用于普通物理《力学》的课堂教学中, 这样可将学生从较为复杂的微积分运算中解放出来, 进而注重对标度变换、量纲分析等物理方法和物理图像的培养, 从而有利于增强物理系学生的物理直觉. 另外, 本文通过理论计算求得的 4 个公式还可以通过实验来直接予以验证. 因此, 本文内容亦可以设计成动手能力较强的拓展性物理实验.

最后需要指出的是, 由于分形物体具有不同于一般物体的分数维度, 上述得到的结果里面是否含有与该物体的分数维度有关的信息, 值得我们进一步去思考.

### 参考文献

- 1 Robert Rabinoff. Moments of inertia by scaling arguments; how to avoid messy integrals. Am. J. Phys., 1985, 53(5): 501 ~ 502
- 2 Robert Rabinoff, 俞志毅. 用标度变换求转动惯量: 如何避免繁杂的积分. 大学物理, 1987, 6(7): 31 ~ 32
- 3 吴文旺. 用量纲分析法求解转动惯量. 石家庄铁道学院学报, 1993, 6(3), 85 ~ 90

# 有限长带电直导线的电荷不可能均匀分布

陈 钢 李成金

(苏州大学物理与光电·能源学院 江苏 苏州 215006)

丁振瑞

(河北大学物理科学与技术学院 河北 保定 071002)

(收稿日期:2016-03-10)

**摘 要:**本文特别讨论了有限长带电直导线的电荷分布问题,用简单的方法证明若有限长带电直导线电荷均匀分布,则带电直导线上的电势逐点变化,不符合导体静电平衡时为等势体的特征,因而证明有限长带电直导线的电荷不可能均匀分布.

**关键词:**导体 电荷分布 等势 证明

有限长带电直导线的电荷分布是一维静电问题中的一个重要的基础性问题,这个看似简单的问题其实相当困难.近来关于有限长带电直导线的电荷分布的讨论出现了两种相反的意见,文献[1]用主轴压缩法给出有限长直导线电荷均匀分布的结果,而文献[2]用导体变形法给出有限长直导线电荷分布不均匀的结果,这两种不同的电荷分布显然是不相容的.

上述争论的焦点在于有限长带电直导线的电荷

是否均匀分布?实际上,通过实验便可验证有限长带电直导线的电荷是否均匀分布,文献[3]利用有限差分法求解有限长直导体棒拉普拉斯方程定解问题,对有限长导体棒电荷面密度进行了数值模拟,结果表明有限长带电直导线电荷的分布不均匀,且边缘电荷较多而中心电荷较少.

直接计算有限长均匀带电直导线上的电势分布函数是十分困难的,本文用简单的方法证明如果有限长带电直导线上的电荷均匀分布,则带电直导线

- 4 杨忠. 用量纲分析法求平面物体的转动惯量. 大学物理, 1997, 16 (4): 45 ~ 46
- 5 许佳敏, 邱为钢. 分形物体转动惯量的计算. 大学物理,

2011, 30 (11): 53 ~ 55

- 6 方伟, 涂泓, 冯杰. 对量纲法求分形物体转动惯量的再思考. 大学物理, 2016(In press)

## Recurrence Method to Calculate the Moment of Inertia of Fractal Body

Wu Xiyang Tang Lingli Li Chaohua Gong Xue

(Department of Physics, Shanghai Normal University, Shanghai 200234)

Fang Wei

(Department of Physics, Shanghai Normal University, Shanghai 200234;

Shanghai Key Lab for Astrophysics, Shanghai 200234)

**Abstract:** Using recurrence method, combined with dimensional analysis, scale transformation and parallel axis theorem, the moment of inertia of the Cantor set, Sierpinski carpet, Menger sponge and Sierpinski tetrahedron are calculated.

**Key words:** dimension analysis; fractal; moment of inertia; recurrence