

巧用类比模型解一道高考题

张效瑞

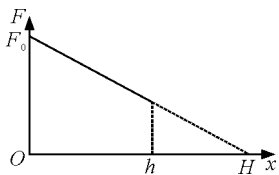
(江苏省沛县中学 江苏 徐州 221600)

(收稿日期:2016-10-31)

摘要:针对高考中一道物体在变力作用下由静止开始竖直向上运动,力随上升高度成线性变化.这一特点与被压缩弹簧的弹力随长度的变化相同,采用小球弹簧模型求解,运算既简单又准确.

关键词:高考题 类比模型 解题

【题目】地面上物体在变力 F 作用下由静止开始竖直向上运动,力 F 随高度 x 的变化关系如图 1 所示,物体能上升的最大高度为 h ,当物体加速度最大时,其高度为_____,加速度的最大值为_____.

图 1 $F-x$ 的变化关系

题给答案:由图可知,力 F 随高度 x 的增加而均匀减小,即 F 随高度 x 的变化关系为

$$F = F_0 - kx$$

其中

$$k = \frac{F_0}{H}$$

则当物体到达 h 高度处时,向上的拉力

$$F_1 = F_0 - \frac{F_0}{H}h$$

物体从地面上升到 h 高度处的过程中,根据动能定理可得

$$W_F + W_G = 0$$

其中拉力 F 做功

$$W_F = \frac{F_0 + F_1}{2}h$$

代入有

$$\frac{F_0 + F_1}{2}h - mgh = 0$$

求得

$$m = \frac{F_0(2H - h)}{2gh}$$

再分别对最低点和最高点列牛顿第二定理方程,在抛出点有

$$F_0 - mg = ma$$

代入得

$$a = \frac{gh}{2H - h}$$

最高点有

$$mg - \frac{(H - h)F_0}{H} = ma'$$

代入得

$$a' = \frac{gh}{2H - h}$$

故本题答案其高度为 0 或 h ,加速度的最大值为 $\frac{gh}{2H - h}$.

本题涉及功的计算、动能定理、牛顿第二定理诸多知识点,意在考查学生综合运用力学规律解题的能力,不失为一道好题.

【设计模型题】由于题中所给的拉力随高度 x 的增加而均匀减小,这一特点与被压缩的弹簧弹力变化相同,我们可以把本题所涉及的物体运动情境等效成图 2 所示的小球弹簧模型,其中 $x = H$ 位置就对应弹簧的原长位置;物体运动相当于小球从图中的 A 点运动到 B 点.

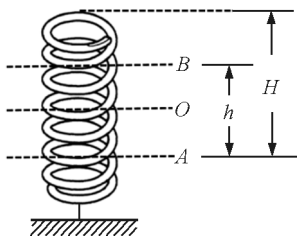


图2 小球弹簧模型

图2中小球只受重力和弹力,此时弹簧和小球恰构成了竖直面的弹簧振子,我们知道竖直方向的弹簧振子的运动是一种典型的简谐运动,由简谐运动的特点可知:其位移、速度、加速度等物理量都具有对称性,因此,可以确定抛出点和最高点加速度一定相同;另外,其平衡位置应在 $x = \frac{h}{2}$ 处,此时重力和弹力相等,列方程有

$$mg = F_0 - \frac{F_0 h}{2H}$$

可以求出物体的质量

$$m = \frac{F_0(2H - h)}{2gh}$$

最大加速度即最低点加速度

$$a = \frac{F - mg}{m} = \frac{gh}{2H - h}$$

两种解法对比不难发现:借用简谐振动模型解答此题,涉及方程既少又简单,在分秒必争的高考考场中,这样做不仅运算更加准确,还可节约很多宝贵时间。

至此,对该题的研究笔者还有意犹未尽之感,其实,我们还可以对给题做进一步拓展。

(1) 物体上升过程中的最大速度是多少?

物体速度最大位置,其对应的加速度为零,也就是物体运动的平衡位置,即 $x = \frac{h}{2}$ 处,从拉力开始作用到 $x = \frac{h}{2}$ 这一过程由动能定理,有

$$W_F + W_G = \frac{1}{2}mv_m^2$$

即

$$\left(F_0 + F_0 - \frac{F_0 h}{2H}\right) \frac{h}{4} - mg \frac{h}{2} = \frac{1}{2}mv_m^2$$

得

$$v_m = \sqrt{\frac{gh^2}{2(2H - h)}}$$

(2) 物体从开始运动到最高点的时间是多少?

由于物体的运动与竖直面内弹簧振子运动规律相同,根据弹簧振子的周期公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}}$$

其中

$$\kappa = \frac{F_0}{H}$$

代入有

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mH}{F_0}}$$

物体从静止开始到最高点的时间刚好是周期的一半,即

$$t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{mH}{F_0}} = \pi\sqrt{\frac{2(H - h)H}{2gh}}$$

(3) 要使物体运动的最高点为 $x = H$ 处,开始作用时拉力 F' 大小为多少?

若要物体能上升的更高,开始须施加更大的力,若仍与弹簧振子作对比,相当于振子的振幅由原来的 $\frac{h}{2}$ 变为 $\frac{H}{2}$,最低点物体受到的合力也有原来的 $\kappa \frac{h}{2}$ 变为 $\kappa \frac{H}{2}$,因此,开始作用时拉力的大小应为 $mg + \kappa \frac{H}{2}$,把 κ 与 mg 分别代入,可以求得

$$F_0' = \frac{F_0}{2H}(H - h) + F_0$$

高中物理中涉及众多的物理模型,有概念模型、力学模型、运动模型等,学生在学习这些重要的物理模型时,首先要抓住模型的特点,同时还要熟悉其规律,只有这样才能做到正确理解模型或灵活运用模型解题。

