两例看力学中两个定理的使用问题

许文龙

（浙江省瑞安中学　浙江 温州　325200）

（收稿日期：2016－11－11）

摘　要：通过对两个问题的分析，指导学生正确运用动量定理和动能定理求解“连续体”变质量力学问题，强化对此类问题中使用动量定理和动能定理的认识.

关键词：动量定理　动能定理　变质量

表达式 $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$ 和 $W=\Delta E_{\mathrm{k}}$ 是力学中的两个关键定理，也是解决力学相关问题的两个重要工具，能否熟练运用是学生物理应试素养的直接反映. 笔者在教学中指导学生运用这两个定理求解“连续体”变质量力学问题时，发现学生不能正确选择这两个定理，并对运用两这个定理求解同一问题所得到的

势的大小不变.

至此，这两个问题的本质差异已经找到. 问题一中变压器的前提是输入电压值保持不变只改变电压变化的频率，根据以上计算可知，此时变压器原线圈的空载电流或励磁电流其实已经改变. 在变压器负载时，原线圈中的电流在空载电流的基础上又多出了一个反射电流，即

$$\dot{I}_1=\dot{I}_0-\frac{N_2}{N_1}\dot{I}_2$$

证明如下：

空载时，原线圈电流为 i_0，副线圈中电流为零. 由磁路定律知空载时的主磁通 $\varphi=$ 磁动势 / 磁阻 $=\dfrac{Ni_0}{R_{\mathrm{m}}}$，或 $\dot{\varphi}=\dfrac{N\dot{I}_0}{R_{\mathrm{m}}}$，负载时，磁动势是原、副线圈中电流贡献的代数和. 负载时的主磁通

$$\varphi=\frac{N_1 i_1+N_2 i_2}{R_{\mathrm{m}}}$$

其复有效值为

$$\dot{\varphi}=\frac{N_1\dot{I}_1+N_2\dot{I}_2}{R_{\mathrm{m}}}$$

无论是空载还是负载，由于感应电动势总等于输入电压不变，所以主磁通应保持不变，所以有

$$\dot{I}_1=\dot{I}_0-\frac{N_2}{N_1}\dot{I}_2$$

由于空载电流很小，通常情况下

$$\dot{I}_0\ll\frac{N_2}{N_1}\dot{I}_2$$

故

$$\dot{I}_1=-\frac{N_2}{N_1}\dot{I}_2$$

这时我们可以说，在仅改变输入频率的情况下原、副线圈中的电流值是保持不变的.

问题二中涉及到输入电流值保持不变而仅改变电流变化的频率，根据法拉第电磁感应定律，必然会造成感应电动势和感应电流大小发生变化.

3　结论

这两个问题涉及到的电磁感应的本质是一样的，造成问题的差异是由于题目中的前提条件不同造成的. 一个是输入电压值保持不变，一个是输入电流值保持不变，但这一点往往容易被忽视. 变压器在理想情况下，从闭合电路欧姆定律来看感应电动势总等于输入电压，同时感应电动势是由线圈中电流磁场的变化产生的，可以通过法拉第电磁感应定律直接计算来证明感应电动势总等于输入电压.

参考文献

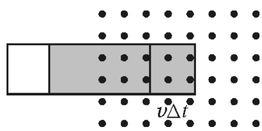
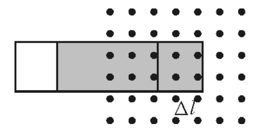
1　梁灿彬，秦光戎，梁竹健. 普通物理教程·电磁学（第三版）. 北京：高等教育出版社，2012. 359 ～ 364

2　赵凯华，陈熙谋. 电磁学（下册）. 北京：高等教育出版社，1985. 741 ～ 751

两个很相似但却不同的结果产生疑惑.

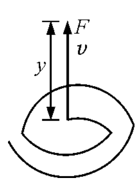
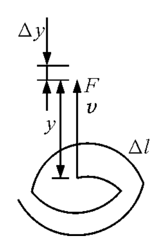
本文举例说明,并对疑惑的原因作出解释,以期能帮助初学者正确地选择 $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$ 或 $W=\Delta E_k$ 求解"连续体"变质量力学问题.

【例1】一艘可视作圆柱形的宇宙飞船以恒定速度 v 进入宇宙尘埃区,已知飞船横截面积为 S,宇宙尘埃区单位体积内尘埃个数为 n,每颗尘埃质量为 m_0,试求飞船应该提供多大的推力才能维持恒定速度.

动量定理 $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$ 求解	动能定理 $W=\Delta E_k$ 求解
 **解:**$\Delta m=nm_0Sv\Delta t$ $F\Delta t=\Delta mv-0$ $F=nm_0Sv^2$	 **解:**$\Delta m=nm_0Sv\Delta t \quad \Delta l=v\Delta t$ $F\Delta l=\dfrac{\Delta mv^2}{2}-0$ $F=\dfrac{nm_0Sv^2}{2}$

释疑:由 $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$ 和 $W=\Delta E_k$ 得到的答案相差两倍,问题出在利用 $W=\Delta E_k$ 求解时,所取的微元段 Δl 内,作用力对尘埃所做的功并非 $F\Delta l$,因为在 Δl 的左面,作用力对尘埃做功为零,而在 Δl 右面作用力对尘埃做功为 $F\Delta l$,对整段 Δl 位移,作用力做功取平均为 $\dfrac{F\Delta l}{2}$

【例2】一段单位长度质量为 λ 的细绳,绕放在光滑水平面上(不交叉不重叠),用力以速度 v 匀速向上提升绳的一端,求,当绳被提升高度为 l 时作用在绳端的作用力有多大?

动量定理 $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$ 求解	动能定理 $W=\Delta E_k$ 求解
 **解:** $p=0+\lambda yv$ $(F-\lambda yg)\Delta t=\Delta p$ $F=\lambda v\dfrac{\Delta y}{\Delta t}+\lambda yg$ 代入 $y=l$ 和 $\dfrac{\Delta y}{\Delta t}=v$ 得到 $F=\lambda v^2+\lambda gl$	 **解:**$E_k=0+\dfrac{1}{2}\lambda yv^2$ $F\Delta y-y\lambda g\Delta y=\Delta E_k$ 代入 $\Delta E_k=\dfrac{1}{2}\lambda v^2\Delta y$ 得到 $F=\dfrac{1}{2}\lambda v^2+\lambda yg$ 代入 $y=l$ 得到 $F=\dfrac{1}{2}\lambda v^2+\lambda gl$

释疑:由 $\boldsymbol{I}=\Delta\boldsymbol{p}$ 和 $W=\Delta E_k$ 得到的答案第一项相差两倍,问题出在利用 $W=\Delta E_k$ 求解时,忽视了绳内力做功造成机械能损耗,设想经过 Δt 时间,绳子上端匀速提升了 $\Delta y=v\Delta t$,绳下端与地面接触的绳元,其速度从零变成 v,从地面提升上去的长度元为 $\Delta l=\dfrac{v\Delta t}{2}$,可见,匀速提升过程造成绳子变长,从而导致机械能变成绳子弹性势能或热能