

优化动态内插法测金属弹性模量*

张雄 袁怡 张传坤 罗时军

(湖北汽车工业学院理学院 湖北 十堰 442002)

(收稿日期:2016-12-13)

摘要:通过吊扎点个数和吊扎点对称度优化内插法测量金属弹性模量,并采用 Origin 软件处理内插法测量数据.研究发现增加吊扎点个数和吊扎点对称度能降低实验误差,提高测量金属弹性模量精确度.

关键词:动态法 内插法 弹性模量 Origin 软件

金属材料弹性模量测量常采用动态法测量^[1~3],外延法、两端逼近法和内插法是动态法测量弹性模量惯用的方法^[4~7].利用 Origin 软件中多项式拟合功能有利于提高数据准确度^[4,6].

本文在内插法和多项式拟合协同处理数据的过程中,从吊扎点个数和吊扎点对称度两个方面系统研究了内插法对求弹性模量准确度的影响,经过系统分析表明,本文提出的优化内插法确实可以提高节点基频共振频率的准确度.对处理动态法测金属弹性模量实验数据,提高弹性模量精确度具有实际意义.

1 实验原理及装置

动态悬挂法测定金属细棒弹性模量的实验装置如图 1 所示.

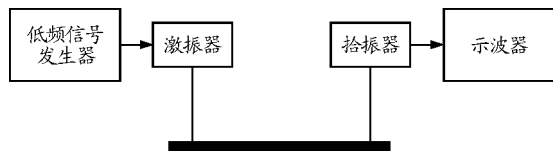


图 1 金属细棒弹性模量动态悬挂法测定实验装置

细长棒的横振动方程^[1]为

$$\frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EI} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中, η 为细棒 x 处截面的 z 方向的位移; E 为弹性模量; ρ 为细棒密度; S 为细棒的截面积; I 为某截面的惯性矩.理论推导可得细棒在作基频振动时的两个节点,分别为 $0.224l$ 和 $0.776l$;细棒弹性模

量 E 的表达式^[1]为

$$E = 1.6067 \frac{l^3 m}{d^4} f_0^2 \quad (2)$$

式中 l 、 d 和 m 分别为细棒的长度、直径和质量, f_0 为一定温度下测定的细棒基频共振频率.

2 实验数据及处理

2.1 内插法处理实验数据方法

内插法处理实验数据方法是指逐次改变吊扎点位置,测出一系列吊扎点处共振频率,同时保证节点位置内插于这些吊扎点位置中间.以节点到吊扎点的距离为 x 轴,以共振频率 f 为 y 轴作曲线图.其中节点到外侧吊扎点的距离为正,到内侧吊扎点的距离为负,节点为原点.然后从图中内插找到原点(节点)处的基频共振频率 f_0 .最后将其代入公式(2)中即可求得金属细棒的弹性模量 E .因此节点基频 f_0 的准确性对弹性模量 E 至关重要.

本文以钢棒为研究对象,钢棒的 l 、 d 和 m 如表 1 所示(6 次测量结果平均值),不同吊扎点位置的共振频率如表 2 所示,采用内插法处理弹性模量得到如表 3 所示实验数据.

表 1 钢棒的相关参数

长度 l / mm	质量 m / kg	直径 d / mm	弹性模量参考值 $E/(10^{10} \text{ N} \cdot \text{cm}^{-2})$
149.70	33.75	6.02	20.00 ^[1]

* 湖北省自然科学基金项目,项目编号:2014CFB631;湖北省教育厅科学技术研究计划,项目编号:Q20141802

作者简介:张雄(1987-),男,硕士,助教,研究方向为创新和研究型物理实验、功能半导体材料.

表2 钢棒不同吊扎点位置的共振频率

距离/mm	-20	-15	-10	-5	5	10	15	20
频率/Hz	1 188.5	1 187.0	1 185.7	1 184.5	1 184.4	1 184.9	1 185.0	1 186.1

2.2 内插法与多项式拟合协同处理数据

本文采用内插法与数据处理软件 Origin8 中多项式拟合功能协同处理实验数据,并通过对多项式拟合得到的数据进行分析,研究吊扎点位置的个数和对称度对求节点基频共振频率准确性的影响. Origin8 对实验数据多项式拟合的公式如公式(3)所示.

$$f = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0 x^0 \quad (3)$$

式中 n 是多项式拟合幂次, a_n 是系数, f 是拟合后得到的共振频率.

本文以不锈钢棒为例,采用内插法与多项式拟

合协同处理数据的方法对吊扎点位置个数 N 分别为 5, 6, 7 和 8 进行处理,多项式拟合次数 n 从 2 开始一直到 $f_0 = f_{\min}$ 时截止. 经处理后得到的结果如表 3 所示.

共振频率随吊扎点与节点距离的增大而增大,因此理想条件下 $f_0 = f_{\min}$. 可是在实际实验中, f_0 和 f_{\min} 并不一定相等. 因此 f_{\min} 越接近 f_0 , 准确度越高. 同时 f 随拟合次数变化的波动性越小,即稳定性越强,准确度越高. 本文试图从吊扎点个数和吊扎点对称度两个方面优化内插法,并研究了其对节点基频共振频率 f_0 准确度的影响.

表3 内插法与多项式拟合协同处理数据结果

n	$N = 5$			$N = 6$			$N = 7$			$N = 8$		
	f_0	f_{\min}	X_{\min}	f_0	f_{\min}	X_{\min}	f_0	f_{\min}	X_{\min}	f_0	f_{\min}	X_{\min}
2	1 184.30	1 184.27	2.22	1 184.32	1 184.28	1.81	1 184.36	1 184.26	3.68	1 184.38	1 184.27	3.83
3	1 184.02	1 184.01	0.70	1 184.20	1 184.16	2.12	1 184.43	1 184.39	2.62	1 184.38	1 184.33	3.03
4	1 183.77	1 183.76	0.95	1 184.17	1 184.16	0.60	1 184.17	1 184.17	0.50	1 184.30	1 184.26	2.62
5	—	—	—	1 183.96	1 183.96	0	1 184.13	1 184.12	0.50	1 184.31	1 184.31	0
6	—	—	—	—	—	—	1 184.04	1 184.04	0	—	—	—

表3中 X_{\min} 为 f_0 和 f_{\min} 对应吊扎点位置的间距.

2.3 吊扎点个数的影响

从表3中可以发现,在多项式拟合次数 n 变化范围内, f_0 随吊扎点的增多而增大. f_{\min} 也有相似的变化规律. 然而随着拟合次数 n 的增大, f_0 和 f_{\min} 逐渐减小. 在吊扎点较少 ($N=5$) 时, f_0 和 f_{\min} 无法重合. 当 N 大于 5 时, f_0 能够与 f_{\min} 重合. 因此吊扎点个数对实现 $f_0 = f_{\min}$ 和提高测量值精确度至关重要.

2.4 吊扎点对称度的影响

虽然增加拟合次数 n 一定程度上能够提高测量值精确度,但还应考虑节点基频 f_0 在不同拟合次数 n 下的稳定性. f_0 的稳定性越好,多项式拟合误差越小,测量值越精确. f_0 稳定性定义如式(4)所示. 同时吊扎点对称度的定义如等式(5)所示. 式(4)和式(5)中 f_n 是拟合次数 n 最大(或节点基频与最小频率相等)时对应的节点基频, f_2 是拟合次数 $n=2$ 时

对应的节点基频, N_0 是内插法中节点一侧数据点较多的数据点个数(本文中 $N_0 = 4$), N 是所有数据点的个数.

$$\text{稳定性} = 1 - \frac{f_n - f_2}{f_2} \times 10^2 \quad (4)$$

$$\text{对称度} = \frac{N - N_0}{N_0} \times 100\% \quad (5)$$

如图2(a)所示,节点基频 f 的稳定性随吊扎点对称度的增大而增大,这说明对称度越大,节点基频随拟合次数变化的稳定性越强,拟合结果受拟合次数的影响越小,拟合结果越准确,误差越小. 为进一步说明对称度越大,拟合结果越精确,我们研究了最小频率 f_{\min} 随对称度的变化规律,试图揭示吊扎点对称度对 f_{\min} 的影响. 如图2(b)所示, f_{\min} 的稳定性随对称度的增加而增大,与节点基频的稳定性随

对称度的变化规律一致.

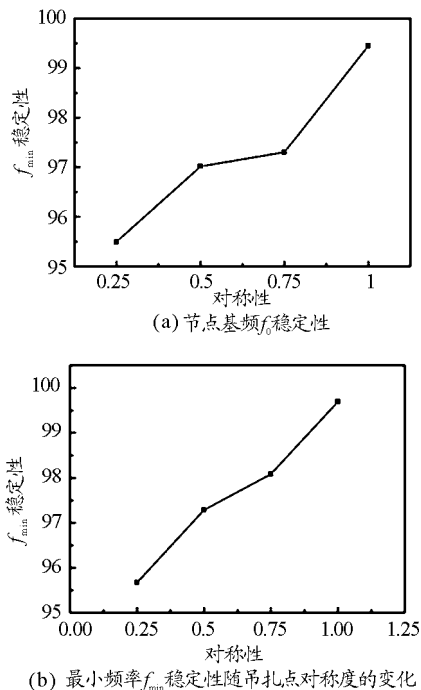


图 2

将 $N=5$ 和 $N=8$ 分别对应的 f_0 (1 183.77 Hz, 1 184.31 Hz) 代入到式(2)中求得对应的弹性模量分别为 $19.43 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ 和 $19.45 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$, 实验误差分别为 28.21% 和 27.32%。实验结果表明增加吊扎点个数和吊扎点对称度能降低实验误差, 更精确地求得金属弹性模量。

3 结论

从吊扎点个数和吊扎点对称度两个方面探讨动态内插法测量金属弹性模量, 并结合 Origin 软件多项式拟合研究了吊扎点个数和吊扎点对称度对数据准确度的影响。研究结果表明优化后的内插法能降低实验误差, 更精确地求得金属弹性模量。

参考文献

- 1 刘国营, 李文胜, 罗时军. 大学物理实验. 北京: 机械工业出版社, 2014. 209 ~ 213
- 2 杨敏君, 谢玉娟, 尹教建, 等. 金属管杨氏模量与温度关系的实验研究. 大学物理实验, 2016, 29(2): 52 ~ 55
- 3 张凡, 姜伟, 吕丹. 关于动态法测量金属杨氏模量实验的两个重要方面的研究. 大学物理实验, 2007, 20(4): 35 ~ 38
- 4 季诚响, 丁晟. 动态法测量杨氏模量实验的数据处理. 实验室科学, 2009 (1): 87 ~ 89
- 5 段卓琦. 金属杨氏模量的动态法测量研究. 科技信息, 2009 (29): 57 ~ 58
- 6 何熙起. 动态法测杨氏模量共振频率的拟合研究. 内江师范学院学报, 2010, 25(10): 37 ~ 39
- 7 郑志远, 樊振军, 董爱国, 等. 动态法测材料杨氏模量中异常频率变化的测量研究. 实验室科学, 2011, 14(3): 93 ~ 95

Improved Dynamic Resonance Method to Measure the Elastic Modulus of Metal

Zhang Xiong Yuan Yi Zhang Chuankun Luo Shijun

(School of Science, Hubei University of Automotive Technology, Shiyan, Hubei 442002)

Abstract: The Elastic Modulus of the metal was measured by the optimized interpolation method through the number of hanging points and degree of symmetry, and the measured data were processed by origin software. It is found that increasing the number of hanging points and the symmetry of hanging point can reduce the experimental error and improve the accuracy of metal elastic modulus.

Key words: dynamic resonance method; interpolation; Elastic Modulus; origin software