

用速度补偿法解决带电粒子在电磁混合场中的运动轨迹问题

邓保利

(石家庄外国语学校高中部 河北 石家庄 050000)

(收稿日期:2016-12-15)

摘要:分析了一般情况下,带电粒子在电磁场中的运动轨迹问题,提出了用速度补偿法解决此类问题的基本思路.

关键词:带电粒子 电磁混合场 运动轨迹 速度补偿法

尽管带电粒子在电磁混合场中的运动在高中是一个重点问题,但因粒子运动中所受洛伦兹力的大小、方向随速度的变化而变化,运动将非常复杂,导致对此类问题,高中师生能解决的范围非常狭隘.师生一般只能解决粒子初速度、电场、磁场相互垂直,且洛伦兹力和电场力平衡时的匀速直线运动问题,即速度选择器模型.对于一般意义的、偏离直线的运动问题,师生都视为禁区,不敢涉足.本文目的就在于:对没有条件限制的一般意义的带电粒子在电磁场中的运动问题,找出解决问题的有效方法,解放学生的思路,开阔学生的视野.

(1) 粒子入射初速度垂直于电磁场,但速度大小任意,洛伦兹力与电场力不平衡问题的解题思路.

为说明这种解题方法,我们先从最简单问题入手.看一个高中常见但师生却无法解决的问题.

如图1所示,质量 m ,带电荷量 $+q$,重力不计的带电粒子,以水平速度 v_0 射入正交且范围足够大的电磁场中.分析入射速度大小不同时,粒子运动的轨迹.

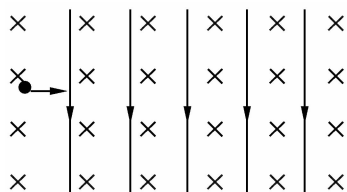


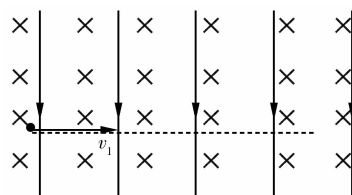
图1 情境图

分析:当初速度 $v_0 = \frac{E}{B}$ 时,粒子受向上的洛伦兹力 Bqv 和向下的电场力 qE ,二者平衡,粒子做匀速直线运动.

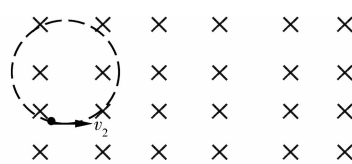
当初速度 v_0 不等于 $\frac{E}{B}$ 时,洛伦兹力和电场力不平衡,粒子必然偏离原速度方向.一旦偏离原方向,电场力就会做功,粒子速度大小、方向都会变化,速度的变化又会引起洛伦兹力的变化,导致问题非常

复杂.这样的问题怎么定性乃至定量地解决呢?这正是大部分高中师生困惑的问题.

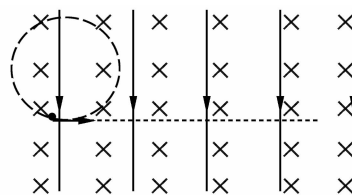
如果换一个角度看,问题就会很简单.因为在以后的运动中,电场力是大小、方向都不变的恒力,可以先在粒子的初速度中拿出一部分速度 v_1 ,且令 $v_1 = \frac{E}{B}$,使速度 v_1 带来的洛伦兹力与电场力等值反向,抵消电场力.如果粒子只有这个速度 v_1 ,它将会做匀速直线运动,如图2(a)所示,当粒子在拿出这个速度 v_1 后还有剩余速度 v_2 ($v_2 = v_0 - v_1$)时,这个剩余速度带来的运动就是不受电场力干扰的匀速圆周运动,如图2(b)所示.这样,根据运动独立原理,粒子的实际运动就是速度 v_1 的匀速直线运动和速度 v_2 的匀速圆周运动的合运动,如图2(c)所示.



(a) $v_1 = \frac{E}{B}$ 的匀速直线运动



(b) $v_2 = v_0 - v_1$ 的匀速圆周运动



(c) 合运动

图2 运动分析图

粒子在以后的运动中,任意时刻的瞬时速度都等于两个分运动速度的矢量合成;粒子偏离初速度方向的最大距离等于圆周分运动的直径.

至于拿出这个速度后粒子剩余速度 v_2 的求法,因本题速度 v_1 和初速度 v_0 共线,可直接加减.对于其他 v_1 和初速度 v_0 不共线的情况,可写成 $v_2 = v_0 + (-v_1)$,即在粒子初速度 v_0 上,再给粒子“补偿”一个与 v_1 等值反向的速度 $-v_1$,按平行四边形定则求合矢量即可.

这样,不难得出粒子在初速度 v_0 大小不同时的运动轨迹.有以下几种情况:

1) 若粒子的初速度 $v_0 > \frac{E}{B}$,粒子受到向上的洛伦兹力大于向下的电场力,粒子将上偏.因初速度大小不同,轨迹有3种情况.

a. 当 $v_0 = 2\frac{E}{B}$ 时, $v_2 = v_1 = \frac{E}{B}$,粒子在半周期后圆周分运动速度和匀速直线分运动速度等值反向,合速度为零,其运动轨迹为图3所示.

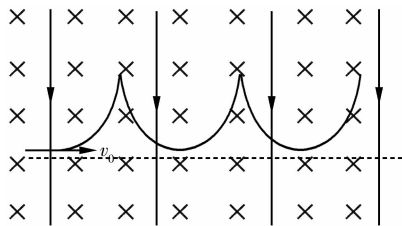


图3 $v_0 = 2\frac{E}{B}$ 时的轨迹图

b. 当 $v_0 > 2\frac{E}{B}$ 时, $v_2 = v_0 - v_1 > \frac{E}{B}$,粒子在半周期后圆周分运动速度和匀速直线分运动速度反向,合速度向左,其运动轨迹为图4所示.

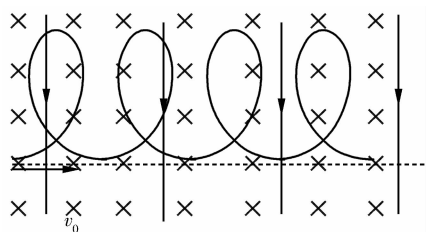


图4 $v_0 > 2\frac{E}{B}$ 时的轨迹图

c. 当 $\frac{E}{B} < v_0 < 2\frac{E}{B}$ 时, $v_2 = v_0 - v_1 < \frac{E}{B}$,粒子在半周期后圆周分运动速度和匀速直线分运动速度反向,合速度向右,其运动轨迹为图5所示.

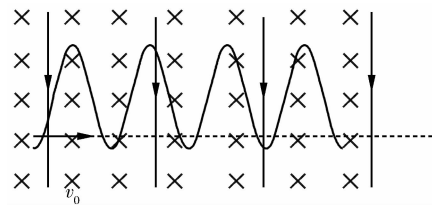


图5 $\frac{E}{B} < v_0 < 2\frac{E}{B}$ 时的轨迹图

2) 当 $v_0 < \frac{E}{B}$ 时,粒子受到向上的洛伦兹力小

于向下的电场力,粒子将下偏.这时可以把初速度做共线反向分解,粒子的运动可看成分速度 v_1 的匀速直线和反向分速度 v_2 的匀速圆周运动的合运动,如图6所示.粒子在半周期后圆周分运动速度和匀速直线分运动速度同向,合速度方向总是向右,其运动轨迹为图7.

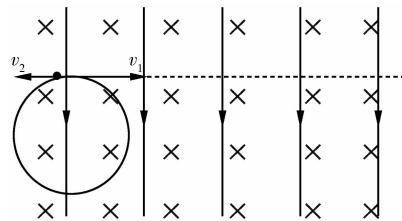


图6 初速度共线反向分解

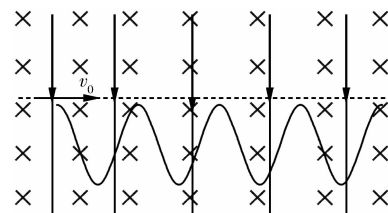


图7 $v_0 < \frac{E}{B}$ 时的轨迹图

(2) 粒子入射初速度不垂直于电磁场,且速度大小任意,这类复杂问题的解题思路.

对于一般意义上的速度、电场、磁场不相互垂直情况,用这种方法同样能有效解决.因为不管洛伦兹力如何变化,只要是匀强电场,电场力总是大小、方向不变的恒力,总能找到抵消电场力的速度分量 v_1 ,粒子以后的运动就可看成速度 v_1 的匀速直线运动和剩余速度 v_2 的匀速圆周运动的合运动.只不过这时 v_1 和 v_2 不共线,需要使用平行四边形定则罢了.

例如,在图8中,粒子射入电磁场时,粒子入射的初速度 v_0 和电场有夹角.在分析粒子的运动轨迹时,首先在初速度中分解出与电场力抵消需要的速度 v_1 ,然后按平行四边形定则找出另一分量 v_2 ,粒子的运动将是速度 v_1 的匀速直线和速度 v_2 的匀速圆周的合运动,如图9所示.因速度 v_1 和 v_2 大小对

比的不同,其轨迹有如下几种形状.

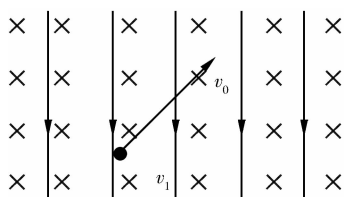


图8 初速度与电场有夹角

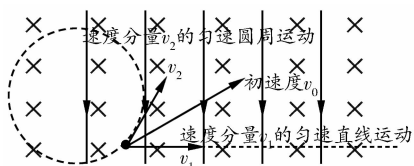


图9 初速度分解

1) 匀速直线运动的速度分量 v_1 大于匀速圆周运动的速度分量 v_2 时,其轨迹如图 10 所示.

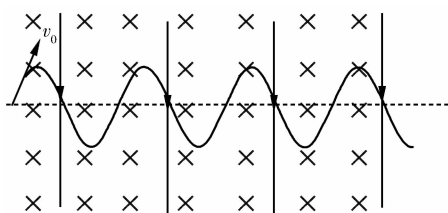


图10 $v_1 > v_2$ 的轨迹图

2) 匀速直线运动的速度分量 v_1 小于匀速圆周运动的速度分量 v_2 时,其轨迹如图 11 所示.

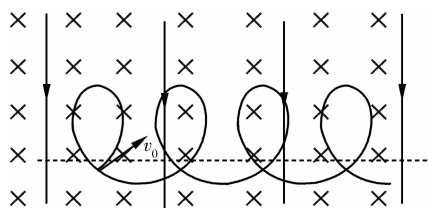


图11 $v_1 < v_2$ 的轨迹图

3) 匀速直线运动的速度分量 v_1 等于匀速圆周运动的速度分量 v_2 时,其轨迹如图 12 所示.

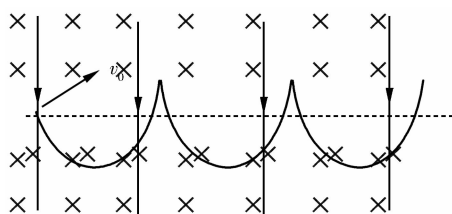


图12 $v_1 = v_2$ 的轨迹图

(3) 受电磁场作用以外的其他力情况.

以上的解题思路还可以有效解决粒子除受电磁场作用以外,还受其他力的情况,只要这个力是大小、方向不变的恒力.

例如,如图 13 所示,在水平正交电磁场中,重力不能忽略的带正电小球由静止释放.分析它的运动

轨迹.

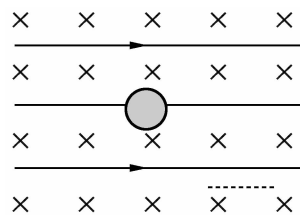


图13 重力不能忽略的情境图

分析:首先求出除洛伦兹力外,小球所受其他力(在此即重力与电场力)的合力.然后在初速度中分解出抵消这个合力所需的速度分量,小球的运动就是沿这个速度分量的匀速直线运动和另一速度分量的匀速圆周运动的合运动,如图 14 所示.因为初速度为零,两个速度分量等值反向,所以每经过一个完整周期,小球的合速度都会等于零.其轨迹如图 15 所示.

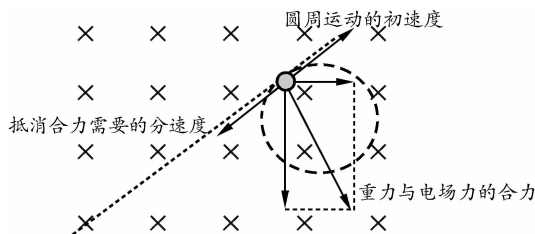


图14 小球的分析图

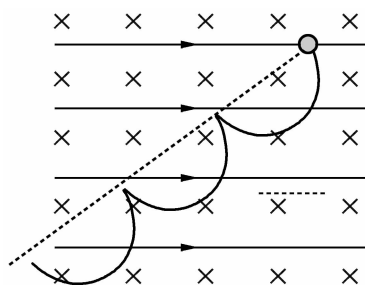


图15 小球轨迹图

综上所述,虽然带电粒子在电磁混合场中的运动在高中物理是一个重点问题,但实际教学中对该问题的处理却显得非常矛盾.一方面,由于是重点,围绕该问题的练习题目很多;另一方面,由于认识的限制,学生能解决的问题范围又非常狭窄.学生只能解决初速度、电场、磁场相互垂直,且电场力和磁场力相互平衡这种特殊的问题.面对学生对于二力不平衡,或更进一步,电场、磁场不垂直的情况如何解决的提问,教师常常以“高考不考”相搪塞,对学生的探索精神无形中形成了限制.本文介绍的这种方法,对电场力磁场力不平衡的情况、电场磁场不垂直的情况,甚至除电场力磁场力外还受其他力的情况,都能让学生从运动原理上分析清楚.势必会起到解放学生思想、开阔学生视野的作用.