

# 关于平行板电容器能量的讨论

吴红琴

(宜兴市第一中学 江苏 无锡 528414)

(收稿日期:2016-02-22)

**摘要:**讨论了平行板电容器储存的电场能和电势能,以及带电粒子飞入两板间电场及在电场中偏转过程中能量的转化情况,也讨论了电势能及其变化.

**关键词:**平行板电容器 能量 电场能 电势能 讨论

## 1 问题的起源

带电粒子在平行板电容器两极板之间的匀强电场中偏转是高中物理教学中的一个重点和难点.一次带电粒子在电场中偏转问题(如图1所示)的教学中,有学生提出疑问:“带电粒子飞出电场动能增加

了,增加的动能从何而来?”引导学生从电场力做功与电势能变化的关系,以及动能定理分析得出:在这一过程中通过电场力做功把电势能转化为粒子的动能.学生又产生了新的疑问:原来在电场之外的电荷飞入电场立刻就具有电势能  $E_p = \varphi q$ ,电势能从哪里来?电势能与哪些因素有关?在学生的启发下,

令  $r = d \sin^2 \theta$ , 则  $dr = 2d \sin \theta \cos \theta d\theta$ , 则

$$\sqrt{\frac{kq^2}{2md}} dt = -\frac{\sin \theta}{\cos \theta} dr =$$

$$-2d \sin^2 \theta d\theta = d(\cos 2\theta - 1)d\theta$$

当  $t=0$  时,  $r=d, \theta=\frac{\pi}{2}$ ; 当  $t=t$  时,  $r=0, \theta=0$ , 得

$$\int_0^t \sqrt{\frac{kq^2}{2md}} dt = d \int_{\frac{\pi}{2}}^0 (\cos 2\theta - 1) d\theta$$

$$\sqrt{\frac{kq^2}{2md}} t = d \left( \frac{1}{2} \sin 2\theta - \theta \right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^0 = \frac{\pi}{2} d$$

$$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2md^3}{kq^2}}$$

严格的计算证实了我们的分析:点电荷向金属板运动是一个动态的过程,只能等效为动态模型.

## 4 动态等效模型的构建要点

等效模型是指在保证某种效果(特性和关系)相同的前提下,将实际的、复杂的物理问题和物理过程转化为等效的、简单的、易于研究的物理问题和物理过程来研究和处理.

动态等效模型的建立是一个将具体问题进行抽象和构造的过程,一般过程如下:

(1) 对问题中研究对象的条件及物理过程的特征进行分析;

(2) 回顾已有的科学知识和方法,寻找与研究问题相类似的模型,可能是条件上的类似,也可能是方法上的类似,还可能是结果上的类似;

(3) 结合以上两点,经过判断、推理等一系列逻辑思维过程,提炼构造出与研究问题相适应的等效模型;

(4) 对等效模型进行科学性验证,可以是物理方法上的判断,也可以用严格的数学运算来验证;

(5) 确立模型.

等效模型源于现实,又高于现实,是在已有经验基础上的假设性和科学性的辩证统一,假设性能否转化为科学性的关键就在严格的科学论证.从物理的角度,科学性论证常常从空间和时间两个维度进行:在空间上,应该是全方位的等效;在时间上,应该是全过程的等效.本文方法2在处理题设问题时更科学,主要就是在空间和时间两个维度上都能严格等效,而这,也是我们判断等效过程能否实现的重要依据.

## 参考文献

- 1 范小辉. 新编高中物理奥赛实用题典. 南京:南京师范大学出版社,2008. 488

关于电容器的能量笔者也有几个新的疑问:电势能是电场能吗?电势能与电场能有区别吗?平行板电容器充电后有电场能,其电场能是多少?电场能与哪些因素有关?电场能属于谁携带的能量,是极板上的电荷还是属于电场?这些问题的确比较抽象难懂,也很容易混淆.只有搞清楚这几个问题,在进行平行板电容器的教学时,才能做到胸有成竹.

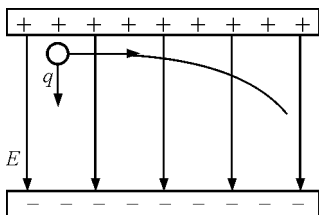


图 1

本文对平行板电容器的相关问题进行了讨论,不足之处,还望同行批评指正.

## 2 电容器充电过程中储存的能量

### 2.1 储存能量的多少

在对平行板电容器充电后,电能转化为电场能储存起来.其储存能量的多少可以通过积分和图像法两种方式推导得出.

#### (1) 利用积分推导

如图2所示,设电容器正、负极板电势分别为  $\varphi_1$  和  $\varphi_3$ ,电源正、负极电势分别为  $\varphi_2$  和  $\varphi_4$ .把电荷量  $dq$  的电子从一极板移到另一极板,电荷  $dq$  先在静电力的作用下从电容器的正极板移动到电源正极,静电力做功

$$W_1 = (\varphi_1 - \varphi_2)dq$$

电荷  $dq$  从电源正极移动到负极需要非静电力做功,非静电力所做的功等于克服电场力所做的功

$$W_2 = (\varphi_2 - \varphi_4)dq$$

电荷  $dq$  从电源负极移动到电容器负极板

$$W_3 = (\varphi_4 - \varphi_3)dq$$

两极板的电势差为  $U = \varphi_1 - \varphi_3$ .这一过程中, $dq$  从负极板移到正极板所做的功

$$W = W_1 + W_2 + W_3 = (\varphi_1 - \varphi_3)dq = Udq$$

根据电容的定义式可得  $U = \frac{q}{C}$ ,故

$$dE = \frac{q dq}{C}$$

取由电荷为零到最后到达电荷  $Q$  积分得在对电容器充电时需要做功

$$E_p = \int_0^Q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} qU = \frac{1}{2} CU^2$$

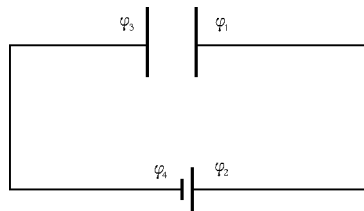


图 2

#### (2) 通过图像推导

由电容定义式得  $U = \frac{q}{C}$ ,作出  $U-q$  图像,如图3

所示.所得  $U-q$  图像是一条过原点倾斜向上的直线.

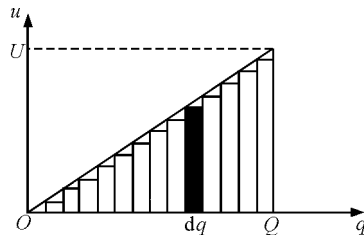


图 3

当电压为  $U$  时,把电荷量为  $dq$  的电荷从负极板移到正极板,电场力做功为  $Udq$ ,电源克服电场力做功为  $Udq$ ,即为图中阴影部分的面积.把电容器两极板充电的过程分成若干个移动电荷  $dq$  的过程,每移动一份  $dq$  电源做功都分别等于图3中相应矩形的面积.每一份  $dq$  都取无限小,移动电荷量  $Q$  所做的功等于这些矩形的面积之和,等于大三角形的面积,即  $S = \frac{1}{2}QU$ .电源消耗了自身能量,并把消耗的能量转化为电容器储存的电场能

$$E_p = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2$$

### 2.2 电场能与电势能

设平行板电容器两极板正对面积为  $S$ ,间距为  $d$ ,则两板间电场所占体积为  $Sd$ .结合前面的推导,得电容器储存的静电能为

$$E_p = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon S}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon SE^2 d = \frac{1}{2} \epsilon E^2 V$$

由该式可以看出:电容器所具有的能量与电场存在的空间有关.此外,“交变电磁场的实验中,已经证明了变化的电场可以脱离电荷独立存在,而且场的能量是能够以电磁波的形式在空间传播的,这就直接证实了能量储存在电场中的观点.”<sup>[1]</sup> 综上,可得电场携带了电场能.众所周知,电势能是带电粒子和电场组成的系统共有的.带电粒子在两极板间的匀强电场中偏转过程电场能不变,通过电场力做正功,电势能转化为粒子的动能.

### 3 带电粒子飞入电场电势能的变化

带电粒子飞入平行板电容器两极板的瞬间具有电势能,能量是守恒的,电势能从何而来? 是否是瞬间就有了电势能? 一般研究电势能的变化比研究电势能的多少有意义,这需要研究电场力做功.

#### 3.1 飞入孤立点电荷电场中电势能的变化

根据先易后难的原则,为了研究带电粒子飞入平行板电容器两极板间电场过程电势能是否立刻从无到有,先研究带电粒子飞入真空中孤立的正点电荷的电场过程中,电势能的变化.设无穷远处的 $P$ 点为电势零点, $P$ 点电势能为零.把电荷 $-q$ 从 $P$ 点移到电场中的 $A$ 点,记 $A$ 点电势为 $\varphi_A$ ,电场力做正功,电势能减少量等于电场力所做的功.电势能变化为 $E_p = \varphi_A(-q)$ ,从零减少到 $-\varphi_A q$ .由此可以看出,带电粒子的电势能并非从天而降,立刻就有某一个具体数值的电势能,电势能的变化是一个渐进的过程,是通过电场力做功把其他形式的能量转化为电能.

#### 3.2 飞入平行板电容器极板间电场时电势能的变化

带电粒子飞入平行板电容器间的匀强电场,电势能是否立即从没有变成有呢? 讨论这个问题要清楚两点,第一,平行板电容器两极板电荷所形成电场的结构,第二,电势能为零和没有电势能是否等价.

##### (1) 平行板电容器两极板之间的电场

由于所处理的物理问题,多数都是把平行板电容器两极板上的电荷形成的电场简化成只考虑两极板之间的匀强电场,而不考虑边缘空间区域的电场,于是,思维定势,认为两板之间的电场就如图1所示,认为电场的边界是非常整齐的.在空间区域内电

场的强弱是逐渐变化的,其实两极板所形成的电场应该从无穷远处逐渐变化到匀强电场 $\frac{U}{d}$ ,电场强度不是从零瞬间变到 $\frac{U}{d}$ .故而,其电场应该如图4所示.

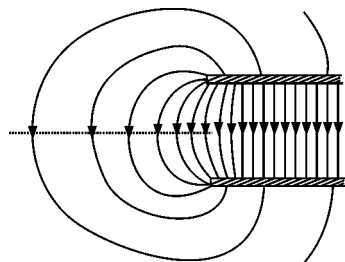


图4

##### (2) 电势能为零不等于没有电势能

电势能的取值是相对的.电势能的值与零电势点的选取有密切关系,选择不同的零电势点,其取值会有不同,且电势能的取值可能为正,可能为负,也可以为零.电势能取值为零,并非没有电势能,二者不等价.

##### (3) 带电粒子飞入两板间时电势能的变化

如图4所示,取无穷远处电势为零,则带电粒子在无穷远处电势能也为零.当带电粒子沿虚线从无穷远处飞入两板间,由图可知,其运动轨迹是在一个等势面上,要让带电粒子沿该轨迹运动,飞入两板间的过程中必须要有除了重力、电场力以外的其他外力的作用,但是这些力都不做功.电场力不做功,电势能变化为零,带电粒子在无穷远处电势能为零,飞入两极板中间时,电势能的值也为零,但不是没有电势能.

所以,学生提出的问题中的“立刻拥有电势能”的说法是错误的.带电粒子飞入两板之间过程中,并不是电势能突然从没有到有,而是电势能的取值一直为零,保持不变.

### 参考文献

- 1 程守洙,江之水.普通物理学2(第5版).北京:高等教育出版社,2003.135~138
- 2 赵凯华,张维善.新概念高中物理读本(第2册).北京:人民教育出版社,2006.51
- 3 (美)R·P·费曼,R·B·莱登,M·桑.费曼物理学讲义(第2卷).王子辅译.上海:上海科学技术出版社,1981.86,87