

巧用等效法求电功率极值

曾升红 梅细峰

(湖北省鄂南高级中学 湖北 咸宁 437100)

(收稿日期:2016-04-24)

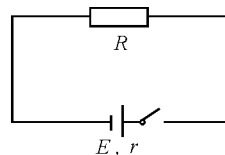
摘要:介绍了串联电路的等效、并联电路的等效、含理想变压器电路的等效和一般的非纯电阻电路的等效方法来求解电功率极值问题

关键词:等效电源 等效电动势 等效内阻 功率

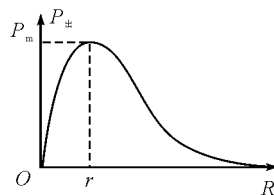
如图 1(a) 所示,将电阻 R 直接接在电动势为 E ,内阻为 r 的电源上时,电阻 R 消耗的功率等于电源的输出功率,即

$$P = I^2 R = \frac{E^2}{(R+r)^2} R = \frac{E^2}{\frac{(R-r)^2}{R} + 4r}$$

当 $R=r$ 时,电源有最大输出功率 $\frac{E^2}{4r}$. 其电源的输出功率随外电阻的变化如图 1(b) 所示,借助该结论,我们可以利用等效的思想很快求解电路中某用电器消耗的极值功率.



(a) 测量电源输出功率的电路图



(b) 电源输出功率随外电阻变化曲线

图 1

冷端就存在稳定的电势差,这就相当于电池的两级.将两级接入电路,就会在回路中形成电流.在温差电源中,非静电力是一种与温度差和电子浓度差相联系的扩散作用.

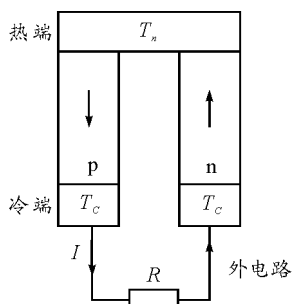


图 5 温差电池中的非静电力分析

以上对几种较典型的电源简要分析了其原理并对涉及非静电力部分做了一些概述.可以看出,非静

电力在不同的电源内物理本质是不同的,然而在任何一种电源内究其宏观效应都有电荷的运动和聚集的驱使现象发生,此“驱使”从效果上看相当于一种力的作用,能量转换是此种相当力做功的结果.非静电力在一些情况下是以可用牛顿力学观念描述的一个力或几个力的合力的形式呈现出来,如发电机内的非静电力;非静电力在另一些情况下则不是一种能简单地用牛顿力学观念描述的“实在力”,而以超出牛顿力学观念的复杂得多的作用形式与机理呈现出来,如本文中几次提到的“扩散力”,这实际上是一种更为复杂的量子理论方面的作用.因此笼统地想找出能用牛顿力学观念描述的非静电性的其它力来说明电源内的非静电力的非静电性是不恰当的.

1 串联电路的等效

【例1】如图2(a)所示,电源电动势为 E ,内阻为 r ,定值电阻为 R_0 ,求当电阻 R 为多大时,其消耗功率最大,最大功率为多少?

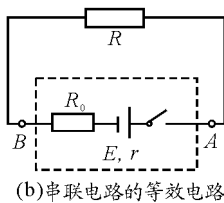
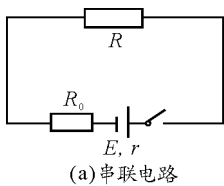


图2

解析:将定值电阻 R_0 和电源等效成一个新电源,如图2(b)所示中的虚线框,则等效电源的电动势为

$$E_{\text{等}} = E \quad r_{\text{等}} = r + R_0$$

当 $R = R_0 + r$ 时,电阻 R 的功率最大,最大值为

$$P_{\text{max}} = \frac{E^2}{4(R_0 + r)}$$

2 并联电路的等效

【例2】如图3(a)所示,电源电动势6V,内阻 1Ω ,定值电阻阻值为 2Ω ,灯泡L的电阻为 6Ω ,电流表视为理想电流表,求滑动变阻器 R_2 的阻值为多少时自身消耗的功率最小,最小功率为多少?

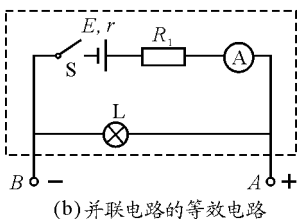
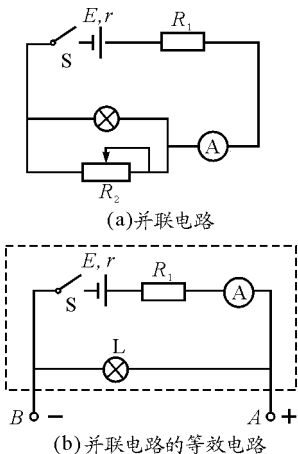


图3

解析:其等效电源如图3(b)所示虚线方框,A

为等效电源的正极,B为等效电源的负极,滑动变阻器直接接入等效电源正负极两端,当 $R_{\text{外}} = r$ 时,电源的输出功率最大,此时

$$r_{\text{等}} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} \Omega = 2 \Omega$$

$$E_{\text{等}} = \frac{R_L}{R_L + r + R_1} \times E = \frac{6}{6 + 1 + 3} \times 6 \text{ V} = 4 \text{ V}$$

故当 $R = 2\Omega$ 时,电阻 R_2 的功率最大,最大功率为

$$P = \frac{E_{\text{等}}^2}{4r_{\text{等}}} = \frac{4 \times 4}{4 \times 2} \text{ W} = 2 \text{ W}$$

3 理想变压器的等效

【例3】如图4(a)所示,理想变压器输入端接在电动势为 ϵ ,内阻为 r 的交流电源上,输出端接负载 R ,如果要求负载 R 上消耗的电功率最大,则

- A. 变压器原副线圈的匝数比为 $\sqrt{\frac{r}{R}}$
- B. 变压器原副线圈的匝数比为 $\sqrt{\frac{R}{r}}$
- C. 负载 R 上消耗的电功率最大值是 $\frac{\epsilon^2}{r}$
- D. 负载 R 上消耗的电功率最大值是 $\frac{\epsilon^2}{2r}$

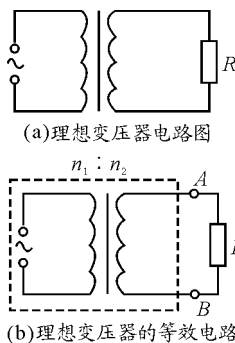
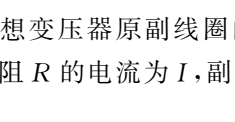


图4



解析:令理想变压器原副线圈的匝数比为 $n_1 : n_2$,通过负载电阻 R 的电流为 I ,副线圈两端的电压为 U ,则有

$$\frac{I_1}{I} = \frac{n_2}{n_1}$$

则有

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I$$

故有

$$\frac{\epsilon - \frac{n_2}{n_1} I r}{U} = \frac{n_1}{n_2}$$

解得

$$U = \frac{n_2}{n_1} \varepsilon - I \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 r$$

由电源满足 $U = E - Ir$, 则含理想变压器的电源等效如图 4(b) 所示的虚线方框部分, 综合得该等效电源电动势为

$$\varepsilon_{\text{等}} = \frac{n_2}{n_1} \varepsilon$$

等效内阻

$$r_{\text{等}} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 r$$

当 $R = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 r$, 即 $\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{r}{R}}$ 时, 负载 R 消耗的功率最大, 最大功率为

$$P = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \varepsilon^2}{4 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 r} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

综合可得选项 A 正确.

4 非纯电阻电路的等效

前面所得出的结论成立是在外电阻是纯电阻电路, 而实际的电源外部也可以接非纯电阻电路, 此时电源也有最大输出功率, 如何求解电源的最大输出功率?

我们知道, 电源 $U = E - Ir$ 在任何电路都是成立的. 如图 5(a) 所示, 该曲线就是反应该电源的特性曲线, 其曲线上任意一点坐标的乘积就反应该电源的输出功率, 则有输出功率为

$$P = UI = U \frac{E - U}{r} = \frac{-\left(U - \frac{E}{2}\right)^2 + \frac{E^2}{4}}{r}$$

故当 $U = \frac{E}{2}$ 时, 即 $U_{\text{外}} = U_{\text{内}}$ 时, 电源有最大输出功率, 其最大输出功率为 $\frac{E^2}{4r}$, 这个结论不仅在纯电阻电路中成立, 非纯电阻电路也成立.

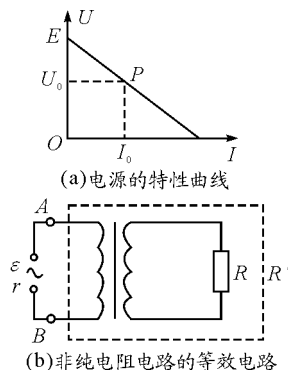


图 5

在例 3 中是一个含理想变压器的电路, 即为非纯电阻电路, 我们可以将整个理想变压器和负载 R 等效成一个新的用电器 R' , 如图 5(b) 所示的虚线方框部分, 由结论可知当 $U_{\text{外}} = U_{\text{内}}$, 即 $U_{AB} = U_1 = \frac{E}{2}$ 时, 电源有最大的输出功率, 则有

$$P_{\text{出}} = P_R = \frac{E^2}{4r} = \frac{U_2^2}{R}$$

故有

$$U_2 = \frac{E}{2} \sqrt{\frac{R}{r}}$$

由理想变压器可有

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\frac{r}{R}}$$

总之, 等效电源是高中物理的一个重要方法, 我们要熟练掌握等效的思想, 能够将各种情况下的电路进行巧妙的等效, 从而简单、快捷地解决物理问题.

Equivalent Method for the Calculation of Power Extremum

Zeng Shenghong Mei Xifeng

(Enan Senior Middle School of Hubei Province, Xianning, Hubei 437100)

Abstract: This paper describes how to calculate the Electrical Power Extremum by the method of analyzing the equivalent model of series circuits, parallel circuits, ideal transformer involved circuits and general impure resistor, ideal transformer involved circuits and general impure resistor circuits.

Key words: equivalent source; equivalent electromotive force; equivalent inter resistance; electrical power