

# 质点系内外力做功的物理图像分析

——以一道典型题目为例

雷 勇

(南京信息工程大学物理与光电工程学院 江苏 南京 210044)

(收稿日期:2016-08-06)

**摘要:**为了澄清质点系内外力做功分析中常见的错误,通过详细分析一道典型的易错题,比较清晰地建立了类似物理情景下质点系内外力做功的物理图像.

**关键词:**质点系 功 静摩擦力 内力 外力

功是能量转化的量度,功的概念在物理理论体系中有着非常重要的地位.在质点系中力复杂多样的具体表现形式和质点之间的相对运动会导致功的分析复杂化,同时力的功具有相对性,即功与参考系的选择密切相关,因此质点系中功的分析、计算和建

一个限制条件, $x$ 只能取1 m,3 m,5 m,7 m,9 m,解答才正确.如将问题改为“求A和B连线上因干涉而静止的各点”,如前文所述,应考虑3种情况.将原题进行这样的拓展,有利于培养学生对物理问题缜密分析的能力.若将此例题作为下一节驻波的引例,则既可帮助学生复习前面一节波的干涉的相关知识,又可结合弦线上的驻波实验引出形成驻波的条件.这样的课堂引入,有助于加深学生对形成驻波条件的理解,以及形成驻波条件与相干条件之间的区别和联系,进一步加强对波的干涉和驻波这两种不同

立清晰的物理图像有一定难度.本文以一道典型题目为例探讨质点系中内外力做功时的物理图像.

**【题目】**如图1所示,平板车放在光滑水平面上,一个人从车的左端加速向右跑动,设人受到的摩擦力为 $F_f$ ,平板车受到的摩擦力为 $F'_f$ ,人和车都没有

物理现象的认识.

本文指出了原解答中对题目条件的忽视而产生的错误.对于原例题是否进行拓展,需要根据所教学生的基础来定.

## 参考文献

- 1 教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会. 非物理类理工科大学. 物理课程教学基本要求. 物理与工程, 2006(5):1~3
- 2 吴百诗. 大学物理(下). 西安:西安交通大学出版社, 2008. 100~101

## Discussion on An Example of Wave Interference

He Xin

(School of Intelligent Manufacturing, Sichuan University of Arts and Science, Dazhou, Sichuan 635000)

**Abstract:** A mistake of the solution of an example about interference in a college physics textbook which is wildly used is pointed out and the correct solution is given. Based on the discussion above, the example is extended and an necessary instruction is investigated, which provide a reference for standing waves classroom leading — in.

**Key words:** interference; standing waves; wave node

初速度,则在跑动过程中,下列说法正确的是( )

- A.  $F_f, F'_f$ 均做负功;  
 B.  $F_f, F'_f$ 均做正功;  
 C.  $F_f$ 做正功,  $F'_f$ 做负功;  
 D.  $F_f$ 做负功,  $F'_f$ 做正功;

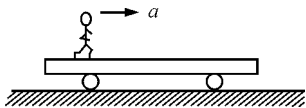


图1 题目附图

这道题目不仅学生理解困难,即使在教师中也常常引起争论<sup>[1,2]</sup>,究其原因其物理图像比较难正确清晰地建立.同时,很多现实问题的物理图像,如人在地面行走、人骑自行车、汽车在地面上无滑行驶等,与该题非常相似.这道题目反映出来的问题具有一定的代表性和现实意义,值得深入分析探讨.

题目给出的参考答案是B,但是错误的.这道题目正确的分析如下:根据功的定义,在运动过程中车发生的移位向左,小车受到的静摩擦力  $F'_f$  方向向左,所以  $F'_f$  做正功.人的脚受到向右的静摩擦力  $F_f$ ,脚与小车一起向左位移,故  $F_f$  做负功,因此正确答案是D.

我们发现在答题中选择选项B的人比例非常高.为什么会错误地选择选项B?下面讨论两个常见的分析方法.第一个分析方法基于功的定义:车的位移向左,静摩擦力  $F'_f$  方向向左,所以  $F'_f$  做正功;人向的位移向右,静摩擦力  $F_f$  方向向右,故  $F_f$  做正功.第二个分析方法基于质点动能定理:平板车和从静止到运动,动能均增加.平板车受到重力、地面支持力、人对它的压力和人对其的静摩擦力  $F'_f$  等4个力,其中只有  $F'_f$  对平板车做功.按照质点动能定理,显然有  $A'_{f_j} = E_k - E_{k0} > 0$ ,因此  $F'_f$  对车做正功.对人而言,其受到重力、车对人的支持力、车对人的静摩擦力3个力,其中只有静摩擦力  $F_f$  对人做功,因此  $F_f$  对人做正功.据上分析  $F_f$  和  $F'_f$  都是做正功,所以选择B.

上述对平板车的两种分析都是正确的,但是对人的分析都是错误的.在该题目所描述的物理情景

中,平板车可以简化为质点,但不能把人简化为质点.第一个分析错误地把人的运动方向当成静摩擦力作用点位移方向.实际上人和接触点的运动方向相反,  $F_f$  由小车与脚之间的接触产生,其接触点随小车一起向左运动,所以此时不能把人简化为质点.第二个分析也同样错误地把人视为质点,利用质点运动定理进行分析.若把人简化为质点,则整个过程中只有静摩擦力  $F_f$  做负功,那么将无法解释人如何从静止开始运动起来.因此,该物理情景中必须把人视为有内部相互作用的系统,而非质点.人作为一个系统,无论是内部结构还是内力做功过程都相当复杂,不仅仅超过了机械力学的范畴,也部分地超过了物理学的范畴.不过就这道题目所考虑的问题而言,将人视为一个有内部相互作用的质点系是一个合理的简化.根据质点系动能定理,质点系动能的增量  $(\sum E_k - \sum E_{k0})$  等于一切外力所做功  $\sum A_{外}$  与一切内力所做功的代数和  $\sum A_{内}$ ,即

$$\sum A_{外} + \sum A_{内} = \sum E_k - \sum E_{k0}$$

在整个运动过程中,虽然作为外力的静摩擦力  $F_f$  对人做负功,但是人的内力对人做正功,两者之和为正,所以人可以获得动能从而运动起来.通过上述讨论可以得出结论:在题目所述的情景中,人不能视为质点,应简化为质点系.

我们可以从另外一个角度来判断选项B的正误.首先证明一个具有普遍意义的结论:一对静摩擦力做功之和总为零.一对相互作用的静摩擦力  $F_f$  和  $F'_f$ ,在任意时刻均有

$$F_f = -F'_f \quad (1)$$

由于静摩擦力的作用点之间不会发生相对滑动,所以二力在任意时间间隔内发生的位移都相等,因此人受到的静摩擦力所做的功  $A_f$  与车受到的静摩擦力做功  $A'_f$  做功之和为

$$A = \int_L F_f \cdot dr + \int_L F'_f \cdot dr = \int_L (F_f + F'_f) \cdot dr = 0 \quad (2)$$

由此得证. 由公式(2)可得

$$A_f = -A'_f$$

即二力所做的功等值反号, 所以答案 A 和 B 都是错误的.

人受的静摩擦力  $F_f$  和内力在整个过程中分别起到什么作用呢? 为了建立清晰的物理图像, 需要对此进行分析.

从动量的角度分析, 根据质心运动定理, 人向右运动是向右的静摩擦力  $F_f$  给予人冲量的结果; 从能量的角度分析, 人向右运动的动能通过内力做功获得的. 两个不同角度给出人运动状态变化的原因似乎并不相同, 其实人的内力和静摩擦力在这个过程中都有着不可或缺的作用. 克尼希定理表明质点系相对于某基本参考系的动能  $E_k$  等于设想质量全部集中于质心的动能 (简称质心动能)  $\frac{1}{2}mv_c^2$  和诸质点相对于质心参考系的动能 (简称相对动能)  $\frac{1}{2}\sum m_i v_i'^2$  之和<sup>[3]</sup>, 即

$$E_k = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}\sum m_i v_i'^2 \quad (3)$$

其中,  $m$  表示质点系的总质量,  $v_c$  表示质心速度,  $m_i$  表示第  $i$  个质点的质量,  $v_i'$  第  $i$  个质点相对于质心参考系的运动速度. 人的动能可以分为质心动能和相对动能两部分. 根据质点系动能定理<sup>[3]</sup>, 质点系的动能增量等于一切外力所做功与一切内力所做功的代数和, 即

$$\sum A_{\text{外}} + \sum A_{\text{内}} = \sum E_k - \sum E_{k_0} \quad (4)$$

其中  $\sum A_{\text{外}}$  为外力做功之和,  $\sum A_{\text{内}}$  为内力做功之和,  $\sum E_{k_0}$  为质点系的初动能,  $\sum E_k$  为质点系的末动能.

人无内力做功, 如同汽车没有引擎做功一样, 人体将无法获得动能运动起来, 也不会产生与地面之间的静摩擦外力  $F_f$ . 但内力不能改变质心运动状态, 因此内力的功只能改变人体相对动能而无法改变质心动能, 所以仅靠内力无法使人向右运动. 根据

质心运动定理, 只有外力才能改变质点系质心的运动状态, 因此尽管静摩擦外力  $F_f$  不能对人做正功, 但是可以将人体的相对动能转化为质心动能. 此外, 静摩擦力  $F_f$  负功, 将人体的部分能量转化为车的动能.

最后从功的相对性的角度进一步深入分析该题目. 根据功的定义, 力的功依赖于参考系的选择, 即功有相对性. 在前述分析中, 我们默认选择地面为参考系, 如果选择其他参考系答案会如何呢? 首先, 假设选取相对地面向左做匀速直线运动的参考系, 且在该参考系中小车始终向右运动, 小车受到的静摩擦力  $F'_f$  也始终向左, 因此  $F'_f$  做负功. 同样, 在该参考系中人受到的静摩擦力  $F_f$  始终向右, 人也始终向右运动, 因此  $F_f$  正功, 此时正确答案是 C. 最后, 假设选取相对地面向右做匀速直线运动的参考系, 而且在该参考系中人向左运动, 由于  $F_f$  向右, 显然  $F_f$  将做负功; 小车始终向左运动, 由于  $F'_f$  向左, 则  $F'_f$  做正功, 此时正确答案是 D.

综上所述, 在本道题目中所描述的物理情景中, 平板车可以简化为质点, 人需要视为质点系处理. 选取地面参考系时, 在运动过程中静摩擦力  $F'_f$  对平板车做正功, 静摩擦力  $F_f$  对人做负功. 人的内力做功将人体内能转化为动能, 静摩擦力  $F_f$  一方面将人体的相对动能转化质心动能, 另一方面又通过对人做负功将一部分人的能量转化为平板车的动能. 这个就是这道题目的物理图像. 现实中很多现象的物理图像, 如人在地面行走、人骑自行车、汽车在地面上无滑行驶等, 与此非常类似, 读者可以按照上述方法进行分析, 这里就不再赘述.

### 参考文献

- 姜振环. 对“关于一对静摩擦力做功的讨论”的讨论. 物理教学探讨, 2009, 27(12): 37 ~ 38
- 张惠作. 对“一对静摩擦力的总功是否为零”的再讨论. 物理教师, 2010, 31(6): 37 ~ 38
- 漆安慎, 杜婵英. 力学. 北京: 高等教育出版社, 1997. 119, 138