

原子核内夸克总能量和束缚压强的计算*

傅永平 郝勤

(滇西科技师范学院数理学院 云南 临沧 677000)

王栋

(广西科技大学鹿山学院 广西 柳州 545000)

(收稿日期:2016-08-21)

摘要:基于量子力学狄拉克方程,计算了原子核内核子的夸克总能量和束缚压强.该方法可用于近代物理学,提升学生对前沿科学的求知欲和探索精神

关键词:狄拉克方程 夸克 原子核 束缚压强

在近代物理教学中适当地引入一些前沿物理研究内容,并利用学生所学过的理论知识,简便直接地计算一些前沿物理问题,不仅可以提升学生对所学理论知识的理解,还能培养学生对前沿科学的探索精神和求知欲望. MIT 口袋模型是处理夸克禁闭的有效理论模型,该模型对诸如强子质量和核磁矩实验结果进行了很好地解释,至今该模型在粒子物理领域仍有广泛应用.通过对 MIT 口袋模型进行恰当地简化处理,利用零质量狄拉克方程,可以简要计算出原子核内核子的夸克总能量和囚禁夸克压强.该方法基于学生所学过的量子力学狄拉克方程,计算过程简便直接,学生易于理解.

1 计算方法

为满足色禁闭条件,MIT 袋模型假设夸克被禁闭在一个口袋内^[1],在袋内夸克可以自由运动,且视为零质量,袋内的夸克由于向心压强 B 的作用而被禁闭在袋内.当夸克到达袋的边界时,由于满足边界条件而会被反弹回来,不会溢出袋外,即波函数 $\psi(x)$ 在半径为 R 的袋边缘,其出现夸克的概率 $|\psi(R)|^2$ 为零.于是可以写出夸克所满足的狄拉克

方程 $\hat{p}\psi = 0$ 的二阶矩阵形式为(采用自然单位制)^[2]

$$\begin{pmatrix} E & -\hat{\sigma} \cdot \hat{p} \\ \hat{\sigma} \cdot \hat{p} & -E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = 0 \quad (1)$$

上式中 $\hat{\sigma}$ 是 2×2 泡利矩阵, $\psi = (\psi_+ \ \psi_-)$ 是夸克的正负能波函数.由上式可以解得正能态夸克波函数所满足的方程为

$$-\frac{E^2}{\hat{\sigma} \cdot \hat{p}} \psi_+ + \hat{\sigma} \cdot \hat{p} \psi_+ = 0 \quad (2)$$

将波函数的时间变量与空间变量分离,有

$$\psi_+ = \nu(r) \exp(-iEt)$$

其中 E 是正夸克的能量, r 是径向自变量,就有径向的亥姆霍兹方程 $\Delta\nu + E^2\nu = 0$.假设原子核沿着 x 轴做定向直线运动,由于原子核运动的动能相对于静止核内夸克的动能要大得多,夸克将获得 x 轴方向上较大的动能,其他方向上的夸克运动自由度受到了限制,夸克的绝大部分能量分布在 x 方向.如果是两个高速运动的原子核沿着 x 轴对心碰撞,夸克的碰撞动能同样也主要集中在 x 轴,其他方向上的动能分量可以忽略.于是动量可以近似为 $\hat{p} \rightarrow p_x =$

* 云南省教育厅科学研究基金项目,编号:2012Y274;滇西科技师范学院高层次人才引进科研启动项目、滇西科技师范学院校级课题,编号:LCSZL2013004

作者简介:傅永平(1983-),男,博士,副教授,研究方向:理论物理.

$-i\nabla_x$, 上式便有一维解

$$\nu(x) = \sin(Ex)$$

利用相同的计算方法可得负能态波函数与正能态一致. 利用袋模型的边界条件, 当夸克的位置 x 等于袋半径 R 时, 有

$$\Psi\Psi^+ = |\psi_+|^2 + |\psi_-|^2 = 0$$

可得袋内夸克所具有的动能

$$E = \frac{n\pi}{R}, \text{ 其中 } n = 1, 2, \dots$$

若夸克处于最低能级则取 $n = 1$, 再考虑到质子和中子内部有 3 个夸克, 于是得到核子的总能量为

$$E = \frac{3\pi}{R}$$

由于体积为 $\frac{4\pi R^3}{3}$ 的核子具有 $\frac{4\pi R^3 B}{3}$ 的压强能量,

所以质子或中子内夸克所具有的总能量为

$$E = \frac{3\pi}{R} + \frac{4\pi R^3 B}{3} \quad (3)$$

利用平衡条件 $\frac{\partial E}{\partial R} = 0$ 可以得到袋压强为

$$B = \frac{3}{(4R^4)}$$

其中参数 B 表示将夸克束缚在袋内运动的袋压强.

作为比较, 利用 MIT 口袋模型和复杂计算得到的严格解为^[1]

$$E = \frac{2\pi}{R} + \frac{4\pi R^3 B}{3}$$

该结果与式(3)得到的近似结果在定性和半定量的角度来看相差并不大, 能够较好地描述核子内的夸克总能量和袋压强随核子半径的变化规律.

2 结论

利用量子力学的狄拉克方程, 通过一些简便地近似, 计算了 MIT 口袋模型下核子内夸克的总能量, 并求解得到了口袋压强的具体表达式. 近似计算结果与严格解之间差距不大, 能够定性和半定量地解释核子内夸克的总能量和束缚压强变化规律. 该方法基于学生所学过的量子力学狄拉克方程, 计算过程简便直接, 学生易于理解, 能够应用在近代物理的教学中, 提升学生对量子力学的深刻理解和对前沿科学的探索求知欲.

参考文献

- 1 Chodos A, Jaffe R L, Johnson K, et al. New extended model of hadrons. *Physical Review D*, 1974(9): 3 471 ~ 3 495
- 2 曾谨言. 量子力学(第三版)下册. 北京: 科学出版社, 2000. 587 ~ 593

The Calculation on Energy and Confined Pressure of Quarks in Nucleon

Fu Yongping Xi Qin

(Department of Physics and Mathematics, Dianxi Science and Technology Normal University, Lincang, Yunnan 677000)

Wang Dong

(Lushan College, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou, Guangxi 545000)

Abstract: Based on the Dirac function of quantum mechanics, the confined pressure and energy of quark in nucleon is identified. The method can be used in the modern physics education and promote the study interesting of students.

Key words: Dirac equation; quark; atomic nucleus; original bound pressure