浅谈用平均力求解变力做功问题

邰传智
（南京市溧水区教育局教研室　江苏 南京　211200）

（收稿日期:2016－10－25）

摘　要: 高中阶段有很多运用等效思想建立的平均值概念,学生不是特别地理解.由于平时的教学过程中,教师过多地强调从时间维度的平均,给学生造成了一种误区,对平均的概念有一定固化,形成了思维定势,认为平均一定是关于时间的.在变力作用下的运动问题一直是高中阶段的一个难点,从力的空间累积效果角度谈谈平均力.

关键词: 等效思想　平均力　时间累积　空间累积

1　问题的提出

【例题】 如图1所示,两光滑金属导轨,间距 $d = 2$ m,在桌面上的部分是水平的,仅在桌面上有磁感应强度 $B = 1$ T,方向竖直向下的有界磁场,电阻 $R = 3\ \Omega$,桌面高 $H = 0.8$ m,金属杆 ab 质量 $m = 0.2$ kg,其电阻 $r = 1\ \Omega$,在导轨上距桌面 $h = 0.2$ m 的高度处由静止释放,落地点距桌面左边缘的水平距离 $s = 0.4$ m,$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$,求:

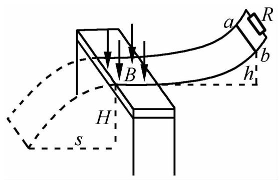

图1　题图

(1) 金属杆刚进入磁场时,R 上的电流大小;

(2) 整个过程中电阻 R 放出的热量;

(3) 磁场区域的宽度.

(1)、(2) 解析略,(3) 问有两种解法.

解法 1: 由牛顿第二定律知

$$\frac{B^2l^2v}{R} = ma$$

$$\sum \frac{B^2l^2v}{R}\Delta t = \sum ma\Delta t$$

$$\frac{B^2l^2s}{R} = m\Delta v$$

$$s = \frac{mR(v_1 - v_2)}{B^2l^2}$$

解法 2: 由动能定理可知

$$W_{安} = \Delta E_k = \overline{F}s$$

$$\frac{B^2l^2\overline{v}}{R}s = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$s = \frac{\frac{1}{2}m(v_1 - v_2)(v_1 + v_2)R}{B^2l^2\frac{v_1 + v_2}{2}} = \frac{mR(v_1 - v_2)}{B^2l^2}$$

两种解法答案是相同的,但相当一部分教师认为第二种解法是错误的,原因是教材中一直灌输这样的观点:变力做功是不能用 $W = Fs$ 计算的.答案的一致只是一种偶然,是一种巧合?结果真的是这样的吗?

2　问题的讨论

回顾教材,平均速度是这样定义的:$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$,从时间这个维度解释了位置变化的快慢.那么,对于变力,为什么不可以这样想呢?$\overline{F} = \frac{W}{s}$,可以从空间这个维度去定义变力的平均值.

即,$W = \overline{F}s$ 是成立的,从逻辑角度是没有问题的,只需要理解该平均力的涵义是从空间的维度出发即可.

另一个问题随之而来,$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ 是有

条件的，即 x 与 t 应该成线性关系. 同理，本题中的 $\overline{F}$ 与 s 是否成线性关系呢？

$$\frac{B^2l^2v}{R}=ma$$

$$\frac{B^2l^2v}{R}\Delta t=ma\Delta t$$

$$\frac{B^2l^2\Delta s}{R}=m\Delta v=mR\frac{B^2l^2\Delta v}{B^2l^2R}=mR\frac{\Delta F}{B^2l^2}$$

$$\frac{\Delta F}{\Delta s}=\frac{B^4l^4}{mR^2}=K(\text{定值})$$

我们发现，$\overline{F}$ 与 s 是成线性关系的，即

$$\overline{F}=\frac{F_1+F_2}{2}$$

是成立的，本题的解法是没有问题的.

3　问题的拓展

从时间维度，提出了平均速度的概念，即当 v 与 t 成线性关系时，$\overline{v}=\dfrac{v_0+v_t}{2}$ 是没有问题的，因此可以运用平均速度的概念计算出 $s=\overline{v}t=\dfrac{v_0+v_t}{2}t$. 同理，也可以用类比的思想得出：$F$ 与 s 成线性关系时，引入平均力的概念，即 $W=\overline{F}s=\dfrac{F_0+F}{2}s$ 来计算变力做功. 例如下面情形.

(1) 弹簧振子模型

【例 1】 如图 2 所示，一物体从某一高度 h_0（距自由伸长的轻弹簧顶端）自由落下，物体的质量为 m，落在直立于地面的轻弹簧上，轻弹簧的劲度系数为 κ，在 A 点时，物体开始与弹簧接触，到 B 点时，物体速度达到最大，求 B 点到 A 点的距离及最大速度.

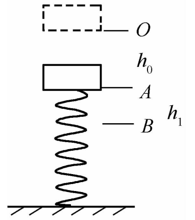

图 2　例 1 题图

解析： 当物体的速度达到最大值 v 时，其力学特征是受力平衡. 由 $mg=\kappa x$ 知

$$x=h_1=\frac{mg}{\kappa}$$

物体从 $O\rightarrow B$ 过程中，由动能定理知

$$W_G-W_{弹}=\frac{1}{2}mv^2$$

$$W_G=mg(h_0+h_1)=mg\left(h_0+\frac{mg}{k}\right)$$

$$W_{弹}=\overline{F}x=\frac{0+mg}{2}\frac{mg}{\kappa}$$

$$v=\sqrt{\frac{1}{2}g\left(h_0+\frac{mg}{\kappa}\right)-\frac{mg^2}{4\kappa}}$$

点评： 该物体在运动的过程中，由重力与弹力做功，其中重力是恒力，做功很容易计算. 弹力是变力，但其满足 $F_{弹}=\kappa x$，可以用 $W_{弹}=\overline{F}x$ 计算.

(2) 摩擦系数随位移改变的减速运动

【例 2】 一个物体以初速度 v_0 滑上一个水平面，物体的质量为 m，该水平面的摩擦系数 μ 随位移而改变，满足 $\mu=kx$，试求物体运行多远而停下.

解答： 由动能定理可知

$$0-\frac{1}{2}mv^2=-\overline{f}x=-\frac{0+fx}{2}$$

$$x=-\frac{mgkx^2}{2}$$

$$v=\sqrt{\frac{mv^2}{gk}}$$

结语： 平均力在高中阶段是被经常提及的，但往往是在动量定理这个知识点时会被重视，大家经常会从时间维度思考力的积累，而忽略了在空间维度的积累，而恰恰是这种思维上的定势，会让我们忽视学生的思维创造. 平时的教学过程中，遇见不常见的解题过程，如果我们能多思考，多探究，往往会有新的体会，对学生而言，也是一种鼓励.

参 考 文 献

1　高成军. 动量定理结合平均力思想处理变力问题. 物理教师，2010(2)：31

2　温清零，中学物理的平均值. 中学物理，2014(7)：13

3　邹茂全. 注重审题巧用建模. 中学物理教学参考，2014(8)：43