

# 推断待测阻值范围的新方法

郎 军 董洪琼

(重庆市第十一中学校 重庆 400061)

(收稿日期:2016-11-21)

**摘要:**提出了仅由两组试触数据推断待测阻值范围的创新方法,应用该方法分析了困惑中学师生的一个典型实例,揭示了传统试触法的适用条件.

**关键词:**试触法 内接法 外接法 示数 阻值范围 创新方法

## 1 提出问题

试触法是在不改变控制电路中滑动变阻器阻值的条件下,只将测量电路由电流表内接法换成外接法,测得两次电表的示数( $U_{内}, I_{内}$ )、( $U_{外}, I_{外}$ ),根据两次示数变化情况做出判断.具体方法是:

如果  $\frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$ , 则选择电流表外接法,取  $R_x =$

$$\frac{U_{外}}{I_{外}};$$

如果  $\frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$ , 则选择电流表内接法,取  $R_x =$

$$\frac{U_{内}}{I_{内}}.$$

然而在使用中,人们逐渐把上面方法的条件改成了  $\frac{\Delta U}{U} > \frac{\Delta I}{I}$  和  $\frac{\Delta U}{U} < \frac{\Delta I}{I}$ , 并认为它是一个严格规律,于是又进一步引发了关于  $\frac{\Delta U}{U}$  及  $\frac{\Delta I}{I}$  中分母到底该取哪一组值的争论.

当  $\frac{\Delta U}{U}$  及  $\frac{\Delta I}{I}$  非常接近时,这个方法还严格成立吗?仅根据试触法的两组测量数据,能否比传统“试触法”更加准确地推断出待测阻值的范围呢?

数据与理论数据的比较,根据公式

$$\eta = \frac{1}{201} \sum_{\lambda=400}^{600} \left[ \left| \frac{\lambda_{输入} - \lambda_{实际}}{\lambda_{输入}} \right| \right]$$

可以得到本仪器误差为 1.176%. 同时根据公

式

$$\overline{R_{实际}} = \frac{1}{201} \left[ \sum_{\lambda=400}^{600} |\lambda_{输入} - \lambda_{实际}| \right]$$

可以得到仪器分辨率为 0.414 3 nm.

## 3 结论

本文通过建立棱镜单色仪模型,理论上计算得到 400 nm ~ 600 nm 可见光范围的不同波普的位置,结合模拟软件将理论步长和波长拟合得到拟合函数,编写程序控制步进电机移动,达到手动输入,

步进电机自动移动到所需波长的单色光范围进行采集的效果,实验发现其相对误差仅为 1.176%,效果较好,值得推广.

## 参考文献

- 1 陈捷光. 新型强光单色仪. 光学机械, 1984(1): 1 ~ 5
- 2 俞胜清, 王峰, 黄晓俊. 重火石玻璃 ZF1 棱镜色散关系的测定. 喀什师范学院学报, 2010
- 3 张琨, 毕靖, 丛滨. MATLAB7.6 从入门到精通. 北京: 电子工业出版社, 2009
- 4 郭天祥. 新概念 51 单片机 C 语言教程. 北京: 电子工业出版社, 2009
- 5 孙慕渊, 王久云. 棱镜光栅的色散本领和色分辨本领. 湖北科技学院学报, 1999

## 2 理论推导

不论控制电路是限流式还是分压式,根据等效电压源定理,可以将两次的电路简化为图1和图2,图中 $E'$ 和 $r'$ 分别为等效电源的电动势和内阻.

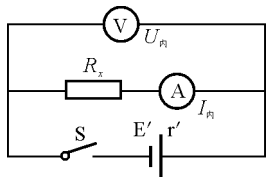


图1 内接法简化电路

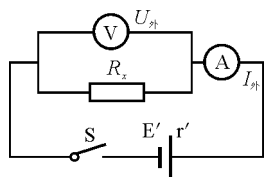


图2 外接法简化电路

对图1,测量值

$$R_{\text{内}} = \frac{U_{\text{内}}}{I_{\text{内}}} = R_x + R_A \quad (1)$$

对图2,测量值

$$R_{\text{外}} = \frac{U_{\text{外}}}{I_{\text{外}}} = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V} \quad (2)$$

容易证明,从图1变到图2,外电阻的阻值增大(参见参考文献1),从而总电流减小,外电压增大.因此有

$$\frac{U_{\text{内}}}{R_V} + I_{\text{内}} > I_{\text{外}}$$

得

$$R_V < \frac{U_{\text{内}}}{I_{\text{外}} - I_{\text{内}}} \quad (3)$$

$$U_{\text{内}} < U_{\text{外}} + I_{\text{外}} R_A$$

得

$$R_A > \frac{U_{\text{内}} - U_{\text{外}}}{I_{\text{外}}} \quad (4)$$

由(1)、(4)两式可得

$$R_x < \frac{U_{\text{内}} I_{\text{外}} + U_{\text{外}} I_{\text{内}} - U_{\text{内}} I_{\text{内}}}{I_{\text{内}} I_{\text{外}}} =$$

$$R_{\text{内}} + R_{\text{外}} - \frac{U_{\text{内}}}{I_{\text{外}}} \quad (5)$$

由(2)、(3)两式可得

$$R_x > \frac{U_{\text{内}} U_{\text{外}}}{U_{\text{内}} I_{\text{外}} + U_{\text{外}} I_{\text{内}} - U_{\text{外}} I_{\text{外}}} = \frac{1}{\frac{1}{R_{\text{内}}} + \frac{1}{R_{\text{外}}} - \frac{I_{\text{外}}}{U_{\text{内}}}} \quad (6)$$

于是就得到了 $R_x$ 更为精确的取值范围

$$\frac{1}{\frac{1}{R_{\text{内}}} + \frac{1}{R_{\text{外}}} - \frac{I_{\text{外}}}{U_{\text{内}}}} < R_x < R_{\text{内}} + R_{\text{外}} - \frac{U_{\text{内}}}{I_{\text{外}}} \quad (7)$$

由式(1)、(2)还可以得到 $R_V$ 和 $R_A$ 的制约关系

$$R_V = \frac{R_{\text{外}}(R_{\text{内}} - R_A)}{R_{\text{内}} - R_{\text{外}} - R_A} = \frac{U_{\text{内}} U_{\text{外}} - U_{\text{外}} I_{\text{内}} R_A}{U_{\text{内}} I_{\text{外}} - U_{\text{外}} I_{\text{内}} - I_{\text{内}} I_{\text{外}} R_A} \quad (8)$$

由闭合电路欧姆定律可进一步解出等效电源的内阻 $r'$ 和电动势 $E'$

$$r' = \frac{U_{\text{外}} + I_{\text{外}} R_A - U_{\text{内}}}{I_{\text{内}} - I_{\text{外}} + \frac{U_{\text{内}}}{R_V}} \quad (9)$$

$$E' = U_{\text{外}} + I_{\text{外}}(R_A + r') \quad (10)$$

由式(8)可知

$$R_V = \frac{R_{\text{外}}}{1 - \frac{R_{\text{外}}}{R_{\text{内}} - R_A}}$$

当 $R_A$ 增大时, $R_V$ 单调增大.

由式(3)、(4)、(8)可得 $R_A$ 和 $R_V$ 应满足的条件为

$$\frac{U_{\text{内}} - U_{\text{外}}}{I_{\text{外}}} < R_A < \frac{U_{\text{内}}^2 I_{\text{外}} - U_{\text{内}} U_{\text{外}} I_{\text{外}}}{U_{\text{内}} I_{\text{内}} I_{\text{外}} + U_{\text{外}} I_{\text{内}}^2 - U_{\text{外}} I_{\text{内}} I_{\text{外}}} \quad (11)$$

$$\frac{U_{\text{外}}}{I_{\text{外}}} + \frac{U_{\text{外}}^2 I_{\text{内}}}{U_{\text{内}} I_{\text{外}}(I_{\text{外}} - I_{\text{内}})} < R_V < \frac{U_{\text{内}}}{I_{\text{外}} - I_{\text{内}}} \quad (12)$$

在 $U_{\text{内}}$ , $U_{\text{外}}$ , $I_{\text{内}}$ , $I_{\text{外}}$ 为已知条件的情况下,式(7)给出了 $R_x$ 更精确的取值范围,式(11)、(12)给出了 $R_A$ 和 $R_V$ 的取值范围.值得注意的是: $R_A$ , $R_V$ , $E'$ , $r'$ 是互相制约着的,不能各自随意取值.由式(8)、(9)、(10)可知, $R_V$ , $E'$ , $r'$ 都是 $R_A$ 的函数,不难证明,当

等效内阻  $r'$  趋近于零时,  $R_A$  趋近于下限值,  $R_V$  趋近于下限值,  $R_x$  趋近于上限值; 而当  $r'$  趋近于  $\infty$  时,  $R_A$  趋近于上限值,  $R_V$  趋近于上限值,  $R_x$  趋近于下限值. 但是  $R_A$  不一定能取到式(11)中的所有值, 因为由  $R_A$  的值结合式(9)、(10)解出的  $r'$  和  $E'$  要符合实际. 同理,  $R_V$  和  $R_x$  也不一定能取到式(12)及式(7)范围内的所有值.

### 3 实例分析

实例 1:  $\frac{\Delta U}{U}$  和  $\frac{\Delta I}{I}$  都较小且  $\frac{\Delta U}{U} \approx \frac{\Delta I}{I}$

表 1 不同电阻取得的结果

$R_A/\Omega$	$R_x/\Omega$	内接误差 / $\Omega$	外接误差 / $\Omega$	$r'/\Omega$	$E'/V$	是否合理
40.50	502.98	40.50	42.98	38.83	2.70	是
41.74	501.74	41.74	41.74	166.84	3.34	是
43.00	500.48	43.00	40.48	379.16	4.41	是
46.93	496.55	46.93	36.55	1 371 144	6 858	否

从表中可以清楚地看出, 两种接法测量误差的大小与电流表电阻  $R_A$  的阻值有关, 在符合实际的情况下, 有时内接法误差较小, 有时外接法误差较小, 在这种情况下, 试触法已经失效, 再争论分母该取哪一次的值也就没有意义了.

在分析这个例子的时候, 有人同时假定了  $R_V = 5\ 000\ \Omega$  和  $r' = 100\ \Omega$  两个条件, 这是不合理的, 根据本文的分析, 本例中的  $R_V \in (5\ 326.8\ \Omega, 6\ 250.0\ \Omega)$ , 不可能取  $R_V = 5\ 000\ \Omega$ ; 同时, 当  $R_V$  取了某个合理的值后,  $r'$  的值也就确定了, 不能随意赋值.

同时可以看出, 由于  $R_x \in (496.55\ \Omega, 503.48$

(例:  $U_{内} = 2.5\ V, I_{内} = 4.6\ mA, U_{外} = 2.3\ V, I_{外} = 5.0\ mA)$

将各值代入式(1)、(2)、(7)、(11)、(12)求得

$$R_{内} = 543.49\ \Omega$$

$$R_{外} = 460\ \Omega$$

$$R_x \in (496.55\ \Omega, 503.48\ \Omega)$$

$$R_A \in (40\ \Omega, 46.9\ 325\ \Omega)$$

$$R_V \in (5\ 326.8\ \Omega, 6\ 250.0\ \Omega)$$

表 1 是电流表的电阻取不同值得到的结果.

$\Omega)$ , 不论取  $R_{内} = 543\ \Omega$  还是取  $R_{外} = 460\ \Omega$  为测量值都有较大误差. 本文的方法更能准确地确定  $R_x$  的测量值(如可取  $500\ \Omega)$ .

实例 2:  $\frac{\Delta U}{U}$  和  $\frac{\Delta I}{I}$  都较大

(例:  $U_{内} = 2.5\ V, I_{内} = 3.0\ mA, U_{外} = 1.3\ V, I_{外} = 6.0\ mA)$

由这 4 个测量数据可得:  $R_{内} = 833\ \Omega, R_{外} = 217\ \Omega, R_x \in (293\ \Omega, 633\ \Omega), R_A \in (200\ \Omega, 540.5\ \Omega); R_V \in (329\ \Omega, 833\ \Omega)$

表 2 是电流表的电阻取不同值得到的结果.

表 2 不同电阻取得的结果

$R_A/\Omega$	$R_x/\Omega$	内接误差 / $\Omega$	外接误差 / $\Omega$	$r'/\Omega$	$E'/V$	是否合理
210.00	623.33	210	406.67	13.25	2.64	是
308.33	525.00	308.33	308.33	172.11	4.18	是
320.00	513.33	320	296.67	196.27	4.40	是
540.00	293.33	540	76.67	129653	782.5	否

从计算结果可知, 在符合实际的可能情况中, 也是有时内接法误差较大, 有时外接法误差较大. 可

见, 当  $\frac{\Delta U}{U}$  及  $\frac{\Delta I}{I}$  都非常大时比较  $\frac{\Delta U}{U}$  与  $\frac{\Delta I}{I}$  大小的方法也已经失效. 从推断的结果可知, 本例中引起这两

个比率都大的原因是电表选择不当,以致于电压表电阻  $R_V$ , 电流表电阻  $R_A$  及待测电阻  $R_x$  都相差不多. 这时,  $R_{内}$  和  $R_{外}$  都不宜作为测量结果, 严格讲应该换表重测, 但是如果控制电路采用的是分压式电路, 等效内阻  $r'$  较小的话, 我们可以取接近  $R_x$  的上限值(如  $620 \Omega$  左右)作为测量值.

$$\text{实例 3: } \frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$$

(例:  $U_{内} = 2.5 \text{ V}$ ,  $I_{内} = 4.6 \text{ mA}$ ,  $U_{外} = 1.5 \text{ V}$ ,  $I_{外} = 5.0 \text{ mA}$ )

计算得  $R_{内} = 543 \Omega$ ,  $R_{外} = 300 \Omega$ ,  $R_x \in (315 \Omega, 343 \Omega)$ , 显然这种情况下试触法适用.

$$\text{实例 4: } \frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$$

(例:  $U_{内} = 2.5 \text{ V}$ ,  $I_{内} = 3.0 \text{ mA}$ ,  $U_{外} = 2.4 \text{ V}$ ,  $I_{外} = 5.0 \text{ mA}$ )

计算得  $R_{内} = 833 \Omega$ ,  $R_{外} = 480 \Omega$ ,  $R_x \in (779 \Omega, 813 \Omega)$ . 这种情况下试触法也适用.

#### 4 几点结论

(1) 试触法并不是一个严格成立的规律, 对于  $\frac{\Delta U}{U}$  与  $\frac{\Delta I}{I}$  两个比率相差较悬殊的情形 ( $\frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$  和  $\frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$ ) 是适用的, 这时, 分母无所谓取哪次的值.

当  $\frac{\Delta U}{U} \gg \frac{\Delta I}{I}$  时, 按试触法, 取  $R_x = R_{外}$  为测量值, 为了更准确, 测量值可取本文方法中的下限值, 即

$$R_x = \frac{1}{\frac{1}{R_{内}} + \frac{1}{R_{外}} - \frac{I_{外}}{U_{内}}}$$

当  $\frac{\Delta U}{U} \ll \frac{\Delta I}{I}$  时, 按试触法, 取  $R_x = R_{内}$  为测量值, 为了更准确, 测量值可取本文方法中的上限值, 即

$$R_x = R_{内} + R_{外} - \frac{U_{内}}{I_{外}}$$

(2) 当两电表示数都有较小变化且  $\frac{\Delta U}{U} \approx \frac{\Delta I}{I}$  时, 试触法失效, 用本文的方法确定出  $R_x$  的取值范围会很窄, 从而能够更准确地确定  $R_x$  的测量值.

(3)  $\frac{\Delta U}{U}$  和  $\frac{\Delta I}{I}$  很大时, 试触法失效, 用本文的方法得到的取值范围也仅有参考意义, 一般应该换表重测.

(4) 不论哪种情况, 如果知道电路的等效内阻远小于等效外阻(如控制电路采用分压式电路), 可取本文方法中  $R_x$  的上限值作为测量值, 即

$$R_x = R_{内} + R_{外} - \frac{U_{内}}{I_{外}}$$

值得一提的是, 本文方法的可靠性还可以这样检验: 先设定  $E'$ ,  $r'$ ,  $R_V$ ,  $R_A$  及  $R_x$  的值, 用电脑算出  $U_{内}$ ,  $I_{内}$ ,  $U_{外}$  及  $I_{外}$  的值, 然后由这 4 个值用本文的方法算出  $R_x$ ,  $R_A$ ,  $R_V$  等的可能取值范围, 再与真实值比较. 限于篇幅不再赘述.

#### 参考文献

- 1 何崇荣. 用试触法判断电流表内接和外接的依据. 中学物理, 2011(07)
- 2 郭保忠. 浅谈试触法之伪. 中学物理, 2012(05)
- 3 张天为, 付佳, 李丰果. 试触法电表偏转变化规律的实验测试与分析. 物理教学探讨, 2014(07)
- 4 谭一伟. 电流表内接还是外接 ——“试触法”释疑. 物理通报, 2015(08): 38 ~ 39

