

从爱因斯坦火车到洛伦兹变换*

徐 岩 朱振博 宋仁刚

(山东科技大学电子学院应用物理系 山东 青岛 266590)

(收稿日期:2016-11-24)

摘 要:爱因斯坦火车是狭义相对论中展示同时性的相对性的经典模型,爱因斯坦利用该模型证明了“同时性的相对性”.在狭义相对论中,空间和时间并不相互独立,而是一个统一的四维时空整体,不同惯性参考系之间的时空坐标变换关系式与洛伦兹变换在数学表达式上是一致的,通过分析爱因斯坦火车模型中光在不同惯性参考系内到达车壁的时间,利用简单的数学变换更加容易地得到了洛伦兹变换,从而验证了洛伦兹变换在狭义相对论的核心地位.

关键词:狭义相对论 爱因斯坦火车模型 洛伦兹变换

爱因斯坦为了证明相对论中同时性的相对性,设计了一系列高速运动火车实验:假设与火车相对静止的参考系为 Σ' ,与地面相对静止的参考系为 Σ ,如图1所示.火车沿 x 轴正方向以速度 v 行使,其静止长度为 $2d$.在车厢正中间放置一台可同时向两侧发射光脉冲的激光器.在 Σ' 参考系中 $t=0$ 时刻,激光器向车头和车尾同时发射激光.在 Σ' 参考系光到达车头和车尾是同时的,但在 Σ 参考系内光到达车头和车尾是不同时的^[1].

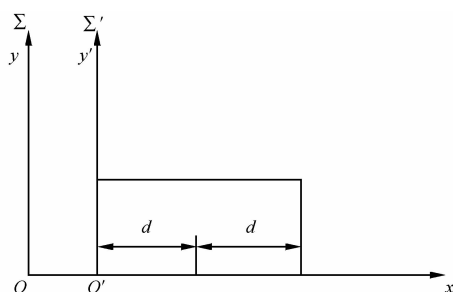


图1 建立坐标系分析高速运动的火车

在狭义相对论中光在真空中总是以横定的速度 c 传播,在分析高速运动问题时需要把时间间隔和空间距离的量度按照所依参照系的相对速度加以修正.时间和空间是相互关联的,物质运动的时空属性可以被洛伦兹变换以确切的数学形式描述出来,体现出时间间隔与空间间隔的相对性^[2].

在爱因斯坦火车模型实验中,我们需要对不同参考系中的时间间隔和空间距离进行定量计算.根据爱因斯坦狭义相对论的光速不变原理和运动方向上的长度收缩效应,在 Σ 参考系内,火车长度为 $2kd$,其中

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

为运动方向长度收缩因子,注意长度收缩效应只发生在相对运动的方向上,而在垂直于运动方向上长度是不发生变化的^[3].设光向车厢左侧发射到达车尾所用时间为 t_2 ,光向车厢右侧发射到达车头所用的时间为 t_1 ^[4].对于 Σ' 系有

$$t' = \frac{d}{c} \quad (1)$$

对于 Σ 系有

$$kd - vt_1 = ct_1 \quad (2)$$

$$kd + vt_2 = ct_2 \quad (3)$$

光走的路程不仅与车厢的长度有关,还与火车走的路程有关:向车厢左侧发射,计算光程时车厢长度需减去车尾走的路程 vt_1 ;向车厢右侧发射,计算光程时车厢长度需加上车头走的路程 vt_2 .由式(2)加减式(3)得

$$v(t_1 - t_2) + c(t_1 + t_2) = 2kd \quad (4)$$

$$v(t_1 + t_2) + c(t_1 - t_2) = 0 \quad (5)$$

(下转第29页)

* 山东科技大学教学研究项目,项目编号:JG201506;山东科技大学研究生教育创新项目,项目编号:KDYC13026,KDYC15019;山东省研究生教育创新计划项目资助课题,项目编号:01040105305

当学生在用旧知识解决新问题遇到困难时,就会有强烈的欲望去寻求新思路、新方法.这时教师再引导学生分析拉力 F 的作用效果,并思考:“能否分别从水平方向和竖直方向各找一个力来等效代替 F ?”如果能找到这两个等效力的话,就可以像上面讨论的问题那样,分别在水平方向和竖直方向根据平衡解决问题了.这种“将一个力的作用用几个力的共同作用来等效替代”的思想方法即为“力的分解”.通过这样的方式引出“力的分解”的概念,会比较自然,学生的学习积极性会更高.学生会感觉到“力的分解”也是解决平衡问题的一种方法,通过“力的分解”也可以将复杂的平衡问题简化成简单的平衡问题,而且在某些情况下会比采用“力的合成”的方法更为方便.学习“力的分解”,不仅仅是因为它是“力的合成”的逆运算,也不仅仅是为了寻求一题多解,而是为了寻求更好的解决问题的方法.

需要补充说明的是,笔者在这里只是提供了一

种引出“力的分解”的可能情境,教师也可以寻求其他的有效情境,让学生感受到用“力的合成”这一方法的局限性,从而萌生寻求其他更好的解决问题方法(“力的分解”)的欲望,从而有效地提高学生分析问题和解决问题的能力.当学生运用已有的旧知识,通过自己的努力,寻求到解决新问题的新思路、新方法时,学生的成就感就会油然而生.

课程标准指出:“物理核心素养是学生在接受物理教育过程中逐步形成的适应个人终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力,是学生通过物理学习内化的带有物理学科特性的品质,是学生物理核心素养的关键成分.”学生长大以后的生活中也许很少再遇到“力的合成与分解”问题,但此学习过程中所用到的灵活运用旧知识分析、解决新问题的思路和思维方法,在以后的生活中必然会或多或少地涉及.这些科学思维的素养,需要物理教师在平时的教学过程中用心引导学生去提升.

(上接第26页)

将式(5)进行变换后代入式(4)得

$$-\frac{v^2}{c}(t_1 + t_2) + c(t_1 + t_2) = 2kd \quad (6)$$

将式(1)代入式(6)可整理得到两参考系下时间的关系

$$t_1 + t_2 = 2kt' \frac{c^2}{c^2 - v^2} \quad (7)$$

同理可得出

$$t_2 - t_1 = 2kt' \frac{vc}{c^2 - v^2} \quad (8)$$

$t_1 + t_2$ 为两束光分别到达车厢壁时间之和, $t_2 - t_1$ 为两时间之差.当 $\frac{v}{c} \approx 0$ 时,可知 $t_1 + t_2 = 2t'$ 和 $t_2 - t_1 = 0$,满足电动力学到经典力学的过渡.由式(7)和式(8)得

$$t_1 = \frac{c-v}{\sqrt{c^2-v^2}}t' = \frac{t' - \frac{v}{c^2}d}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_2 = \frac{c+v}{\sqrt{c^2-v^2}}t' = \frac{t' - \frac{(-v)}{c^2}d}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

t_1 满足洛伦兹变换,同理可得 t_2 也满足洛伦兹变换.完成从爱因斯坦火车模型到洛伦兹变换的推导.

在证明过程中,只有同时加入爱因斯坦狭义相对论的光速不变原理和长度收缩效应,才可以得到两个不同参考系下的洛伦兹变换^[5].当火车速度远远小于光速时,其满足到经典条件的过渡.我们可以用洛伦兹变换推导 $t_2 - t_1$,从而检验出推导过程的正确性.

洛伦兹变换在狭义相对论中占据核心的地位,它以确切的数学语言反映了相对论理论与伽利略变换以及经典相对论原理的本质差别.本文利用爱因斯坦狭义相对论和对爱因斯坦火车模型中光在不同参考系到达车厢壁的时间进行分析,通过简单数学变换得到爱因斯坦火车模型中的洛伦兹变换,更加说明了洛伦兹变换在相对论力学中的普适性和必要性.

参考文献

- 1 严国清,彭振生.洛伦兹变换的一种新推导.大学物理,2006,25(9):18~20
- 2 蒲明刚,潘必凯.正确认识“爱因斯坦”火车问题.成都气象学院学报,1990(1):83~87
- 3 王悦,方芳.光速不变原理与一般洛伦兹变换式的推导.黄山学院学报,2015,17(3):8~10
- 4 孙春峰,吕付国.洛伦兹变换的地位、作用及其物理意义.湖北师范学院学报(自然科学版),2003,23(1):88~92
- 5 关洪.再谈洛伦兹变换的推导.大学物理,2007,26(11):11~12