



球冠形电容器和柱冠形电容器电容的 简易求法

黄绍书 王金霞

(六盘水市第23中学 贵州 六盘水 553000)

(收稿日期:2016-12-13)

摘要:从平行板电容器的电容表达式出发,给出球冠形电容器和柱冠形电容器电容的一种简易求法.

关键词:平行板电容器 球冠形电容器 柱冠形电容器 电容 简易求法

电容器是一种很重要的电子元件,在各种电子产品和电气设备中都是不可或缺的.关于电容器电容的求法,高等学校电磁学教材^[1]一般都是根据电容器极板间的空间电场分布并结合高斯定理,仅给出球形电容器和柱形电容器的电容作典型范例,比较复杂.本文从平行板电容器的电容表达式出发,给出球冠形电容器和柱冠形电容器电容的一种简易求法,仅供参考.

1 平行板电容器

在不考虑边界效应的条件下,平行板电容器的电容可表示为

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

式中 ϵ 为电容器两极板间电介质的介电常数, S 为两极板的正对面积, d 为两极板之间的距离,且 $d^2 \ll S$.

2 球冠形电容器

如图1所示,设球冠的高为 H ,对应球半径为 R ,最大圆半径为 r ,最大圆的直径两端与球心连线的夹角为 φ ,那么球冠面积为

$$\begin{aligned} S &= \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} 2\pi r R d\theta = \\ & \int_{\theta}^{\frac{\pi}{2}} 2\pi R^2 \cos \theta d\theta = \\ & 2\pi R^2 (1 - \sin \theta) = \\ & 2\pi R^2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right) \end{aligned}$$

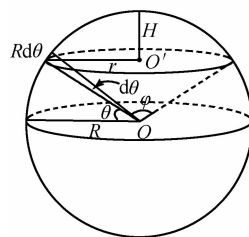


图1 推导球冠面积用图

图2所示是半径分别为 R_1 和 R_2 的两个同心球冠构成的电容器的截面图,它们的最大圆的直径两端与球心连线的夹角为 φ .

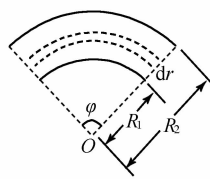


图2 两个同心球冠构成的电容器截面图

为了方便求出这种球冠形电容器的电容,我们把两球冠之间的介质层看作是由许多同心的薄介质球冠组成的,每一个薄介质球冠又可看成许多面积为 ΔS 的平行板电容器并联起来的.假设薄球冠的厚度为 dr ,那么极板面积为 ΔS 的小电容器的电容为 $\frac{\epsilon \Delta S}{dr}$,半径为 r 的薄介质球冠的电容为

$$C_r = \frac{\epsilon \cdot 2\pi r^2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)}{dr}$$

不难理解,球冠形电容器可认为是由许多同心薄介质球冠串联而成的.因此,同心球冠形电容器的电容 C 满足

$$\frac{1}{C} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2\pi\epsilon r^2 \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)} dr = \frac{1}{2\pi\epsilon \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right)} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

所以

$$C = \frac{2\pi\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} \left(1 - \cos \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1)$$

3 柱冠形电容器

若柱冠的长为 L , 半径为 R , 圆心角为 θ , 那么柱冠的面积可表示为

$$S = LR\theta$$

图3所示是内外柱面半径分别为 R_1 和 R_2 , 长为 L ($L \gg R_2 - R_1$), 圆心角为 θ 的同轴柱冠形电容器示意图. 我们同样可把柱冠形电容器看作是由许多同轴的薄介质柱冠构成的, 而每一个薄介质柱冠又可以看作是由极板面积为 ΔS 的平行板电容器并联起来的. 设薄介质柱冠的半径为 r , 厚度为 dr , 那么薄

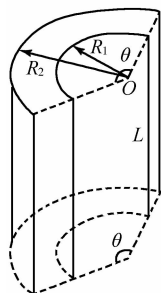


图3 同轴柱冠形电容器示意图

介质柱冠的电容为

$$C_r = \frac{\epsilon L r \theta}{dr}$$

容易理解, 柱冠形电容器可认为是由许多同心薄介质柱冠串联而成的. 所以, 同心柱冠形电容器的电容 C 满足

$$\frac{1}{C} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{\epsilon L r \theta} dr = \frac{1}{\epsilon L \theta} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

因此

$$C = \frac{\epsilon L \theta}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (2)$$

4 结束语

球形电容器和柱形电容器分别是上述球冠形电容器和柱冠形电容器的特殊情况, 当 $\varphi = 2\pi$ 或 $\theta = 2\pi$ 时, 式(1)和式(2)可分别简化为

$$C = \frac{4\pi\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (3)$$

和

$$C = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (4)$$

式(3)和式(4)分别即是球形电容器和柱形电容器的电容表达式.

参考文献

- 1 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学. 北京: 高等教育出版社, 2006. 63 ~ 64

Simple Calculation Method of Solving the Capacitance of Spherical Crown Capacitor and Columnar Crown Capacitor

Huang Shaoshu Wang Jinxia

(No. 23 Middle School of Liupanshui, Liupanshui, Guizhou 553000)

Abstract: starting from the parallel plate capacitor capacitance expressions, a simple calculation method of the spherical crown shaped column capacitor and capacitor.

Key words: parallel plate capacitor; spherical crown shaped capacitor; column crown shaped capacitor; capacitance; a simple and easy method