

如此称重准确吗

陈小磊

(江苏省泰州中学 江苏 泰州 225300)

(收稿日期:2016-12-23)

摘要:通过对“双秤砣”法称重的准确性进行分析,将力矩平衡问题与实际生活应用联系起来。

关键词:力矩平衡 双秤砣 称重

1 问题引入

有一水果店,所用的秤是吊盘式杆秤,量程为10 kg. 现有一较大的西瓜,超过此秤的量程,为得到

其质量,店员找来与原秤砣完全相同的另一秤砣,并提出采取“双秤砣法”称量,即把此秤砣与原秤砣结成一起作为秤砣进行称量. 平衡时,双砣位于刻度6.5 kg处,他将此读数乘以2得13 kg作为西瓜的质

表1 两个阶段的物理量

第一阶段		第二阶段	
加速度 $a_1/(m \cdot s^{-2})$	10	加速度 $a_2/(m \cdot s^{-2})$	2
运动时间 t_1/s	1	运动时间 t_2/s	1
末速度 $v/(m \cdot s^{-1})$	10	末速度 $v'/(m \cdot s^{-1})$	12
动能改变 $\Delta E_{k1}/J$	25	动能改变 $\Delta E_{k2}/J$	11
物体位移 x_1/m	5	物体位移 x_2/m	11
传送带位移 x'_1/m	10	传送带位移 x'_2/m	10
相对位移 $\Delta x_1/m$	5	相对位移 $\Delta x_2/m$	1
热量 Q_1/J	10	热量 Q_2/J	2
重力势能改变 $\Delta E_{p1}/J$	-15	重力势能改变 $\Delta E_{p2}/J$	-33

从表1中的计算结果可以看出:物体下滑的第一阶段,动能增加 $\Delta E_{k1} = 25 J$,产生热量 $Q_1 = 10 J$,重力势能减少15 J,物体减少重力势能可以让传送带少提供一部分能量,根据能量守恒,传送带由于运送物体需多消耗能量

$$E_1 = \Delta E_{k1} + \Delta E_{p1} + Q_1 = 20 J$$

对传送带分析可以证明这一点,传送带克服摩擦力做功

$$W_1 = \mu m g x'_1 \cos \theta = 20 J$$

即满足

$$E_1 = W_1$$

物体下滑的第二阶段,该过程物体动能增加 $\Delta E_{k2} = 11 J$,产生热量 $Q_2 = 2 J$,重力势能减少33 J,根据能量守恒,物体减少的重力势能转化为动能和热量,还剩下20 J的能量,这20 J的能量可以帮助传送带克服转轴等处的阻力做功,电动机可以少输出

20 J的能量,即传送带由于运送物体需多消耗能量

$$E_2 = \Delta E_{k2} + \Delta E_{p2} + Q_2 = -20 J$$

对传送带分析,滑动摩擦力对传送带做正功

$$W_2 = \mu m g x'_2 \cos \theta = 20 J$$

相当于传送带“克服”摩擦力做功-20 J,传送带保持速度始终恒定,动能保持不变,电动机运送物体不需要多消耗能量,反而少消耗20 J的能量,传送带的输出功率 P_0 必然减小。

全过程来看,动能改变 $\Delta E_k = 36 J$,产生热量 $Q = 12 J$,重力势能减少48 J,传送带由于运送物体需多消耗能量

$$E = \Delta E_k + \Delta E_p + Q = 0$$

即第一阶段电动机多输出20 J,第二阶段少输出20 J,总体来看,送带运送物体不需要多消耗能量. 全程摩擦力对传送带做功 W 为零,可以得到 $E = W$,即物体、传送带整个系统的总能量是守恒的。

传送带问题的一系列特点都是由传送带和被传送的物体之间的摩擦力做功等特点决定的. 在忽略空载到重载运行过程的理想化模型下进行分析,传送带运送物体多消耗能量

$$E = \Delta E_k + \Delta E_p + Q$$

等于传送带因运送物体克服摩擦力所做的功. 如果摩擦力对传送带做正功,传送带不会出现“被加速”,而是传送带的电动机将降低功率 P_0 ,少输出能量,来维持自身恒定的速度,物体、传送带整个系统的总能量仍然守恒的。

量卖给顾客. 试问: 店员所称西瓜的质量准确吗?

2 思路分析

杆秤问题是典型的固定转动轴物体的平衡问题, 主要通过力矩平衡求解, 即以提纽为转轴, 所称物体重力、杆秤重力、秤砣重力, 这3力的力矩平衡.

如图1所示, 设杆秤的提纽 C 与秤盘的悬挂点 A 的距离为 d , 零刻度 O 到 C 点的距离为 l_0 , 杆秤的刻度是均匀的, 每千克刻度长为 λ , 秤砣质量为 m_0 , 秤杆(含秤盘)重力为 G_0 , 其重心与 O 必在 C 点两侧. 当秤盘中不放物体时, 秤砣置于 O 点, 杆秤平衡, 以 C 为转轴, 则秤杆(含秤盘)重力的力矩 M_{G_0} 与秤砣重力的力矩平衡, 即

$$M_{G_0} = m_0 g l_0 \quad (1)$$

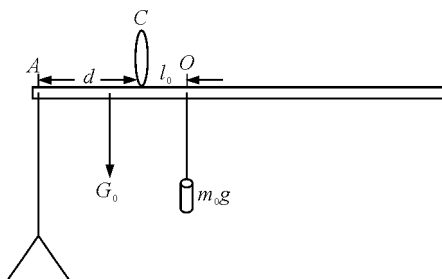


图1 吊盘式杆秤

当秤盘中放上质量为 m (kg) 的物体时, 秤砣应右移 λn 达平衡(图2), 即

$$mgd + M_{G_0} = m_0 g(l_0 + \lambda n) \quad (2)$$

由式(1)、(2)可得

$$d = \lambda n m_0 \quad (3)$$

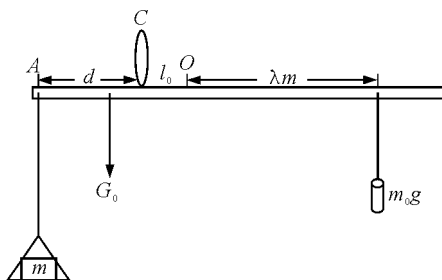


图2 杆秤称物

当用双秤砣称量质量为 m 的物体时, 设读数为 m' (图3), 平衡时应有

$$mgd + M_{G_0} = 2m_0 g(l_0 + \lambda m') \quad (4)$$

由式(1)、(3)、(4)可得

$$2m' = m - \frac{m_0 l_0}{d}$$

可见, 用 $2m'$ 作为称量结果时, 其值与实际质量

之差为
$$\Delta m = 2m' - m = -\frac{m_0 l_0}{d}$$

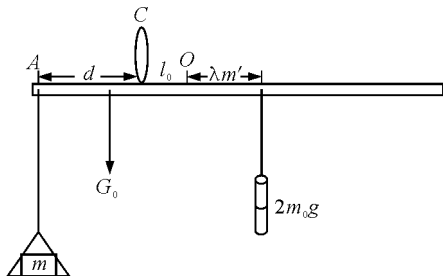


图3 用双秤砣称物

因此得出以下几点:

(1) 按照图1, 2, 3所示杆秤, “双秤砣法”称量的质量偏小;

(2) 若秤杆(含秤盘)重心位于提纽右侧(如图4), 零刻度线 O 位于提纽左侧, 则 $l_0 < 0$, “双秤砣法”称量的质量偏大;

(3) 若秤杆(含秤盘)重心与零刻度线重合于 C 处, 则 $l_0 = 0$, “双秤砣法”称量的质量准确无误.

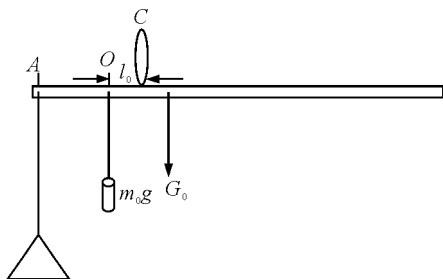


图4 秤杆重心位于提纽右侧

3 反思拓展

对于秤杆(含秤盘)重心与零刻度线分列提纽两侧时, 之所以“双秤砣法”称量结果不准确, 主要原因是 $M_{G_0} \neq 2m_0 g l_0$, 即此时的零刻度线已发生变化. 另外从 $\Delta m = -\frac{m_0 l_0}{d}$ 可以看出, 测量差值与 m 无关, 即不管称量多重的物体, 此差值均相同. 所以此店员若用“双秤砣法”称量某个较轻的西瓜并与实际质量相比较得出 Δm , 那么就可得出所称较重西瓜的准确质量. 比如, 实际质量为 $m = 8$ kg 的西瓜, “双秤砣法”称出 $2m' = 6$ kg, 则 $\Delta m = -2$ kg, 那么文中所提店员卖出的西瓜实际质量应为 15 kg.

参考文献

- 程稼夫. 中学奥林匹克竞赛物理教程(力学篇). 合肥: 中国科技大学出版社, 2002. 12
- 范小辉. 新编高中物理奥赛指导. 南京: 南京师范大学出版社, 2012. 9