再议塞曼效应的理论解释

张　春　杨宁选
（石河子大学理学院物理系　新疆 石河子　832000）

（收稿日期:2016-12-24）

摘　要:塞曼效应是原子在磁场中能级和光谱发生分裂的现象.采用 3 种方法对塞曼效应进行解释,比较它们的异同.并着重运用微扰理论方法,对正常塞曼效应和反常塞曼效应进行比较,使学习者对塞曼效应本质的认识更加深入.

关键词:塞曼效应　光谱分裂　微扰理论

1　引言

1896 年,荷兰物理学家塞曼发现,把产生光谱的光源置于足够强的磁场中,磁场作用于发光体使光谱发生变化,一条谱线即会分裂成几条偏振化的谱线,这种现象称为塞曼效应.这个现象的发现是对光的电磁理论的有力支持,证实了原子具有磁矩和空间取向量子化,使人们对物质光谱、原子、分子有更多了解,特别是由于及时得到洛伦兹的理论解释,更受到人们的重视,被誉为继 X 射线之后物理学最重要的发现之一.

塞曼效应是研究原子内部能级的著名实验.关于塞曼效应的研究见诸于许多文献[1～13],文献从不同角度讨论了正常塞曼效应和反常塞曼效应的能量和光谱,文献[3～6]讨论了光的偏振和传播方向,文献[9～13]求出了光谱精细结构的能量.

关于塞曼效应,普通《原子物理学》教材[8]基本都采用半经典半量子理论进行解释,如果课时充余,教师一般还会用量子理论做一点解释.其实塞曼效应也可用经典理论解释.本文将分别用 3 种方法对塞曼效应进行解释,并讨论其异同及结果的含义,并运用微扰理论进一步研究强磁场下的正常塞曼效应,弱磁场下的反常塞曼效应中各自能级和光谱分裂情况.通过本文的讨论分析,使学习者对塞曼效应本质的认识更加深入,加深对塞曼效应更深层次问题的理解.

2　正常塞曼效应的经典解释

对正常塞曼效应的经典解释[7]是从经典电磁学理论入手,再结合牛顿力学理论,求解电子运动学方程所得的结果.设单电子原子处于磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的匀强外磁场中,当核外电子处于 r 轨道时,受到原子核作用和磁场洛伦兹力的作用,根据牛顿第二定律,电子的运动方程为

$$m\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=-m\omega_0^2\boldsymbol{r}+\left(-e\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right)\times\boldsymbol{B}\tag{1}$$

以原子核为坐标原点,且使 z 轴沿磁场 $\boldsymbol{B}$ 方向,建立直角坐标系,将式(1)矢量式分解成 3 个分量式,即

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega_0^2x=\frac{-eB}{m}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}+\omega_0^2y=-\left(\frac{-eB}{m}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)\tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}+\omega_0^2z=0\tag{4}$$

式(2)、(3)联立求解,得

$$x=a\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\tag{5}$$

$$y=b\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\tag{6}$$

式中 a 和 b 为任意常数,ω 为待定常数,把式(5)、(6)代入式(3)、(4)可求出 ω 即为

$$\omega=\pm\frac{eB}{2m}\pm\sqrt{\omega_0^2+\left(\frac{eB}{2m}\right)^2}\tag{7}$$

因为 $\omega>0$,上式根号前只能取正号,又因为

$$\omega_0\geqslant\frac{eB}{2m},$$

作者简介:张春(1981－　),男,讲师,从事物理教育教学研究.

所以把$\left(\frac{eB}{2m}\right)^2$忽略，于是得

$$\omega = \omega_0 \pm \frac{eB}{2m} \tag{8}$$

现再求出 a 和 b 的关系为

$$a = \frac{\mathrm{i}eB\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} b \tag{9}$$

对于

$$\omega_+ = \omega_0 + \frac{eB}{2m}$$

$$x = a\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_+ t}$$

$$y = -\mathrm{i}a\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_+ t}$$

对于

$$\omega_- = \omega_0 - \frac{eB}{2m}$$

$$x = b\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_- t}$$

$$y = \mathrm{i}b\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_- t}$$

如果求解式(4)，可得

$$z = c\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}$$

其中 c 为任意常数. 故式(1) 的解为

$$\boldsymbol{r}(t) = a(\boldsymbol{e}_x - \mathrm{i}\boldsymbol{e}_y)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_+ t} + (b\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_- t} + c\boldsymbol{e}_z\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t} \tag{10}$$

其中 $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$ 是坐标轴的单位矢量.

式(10) 表明，核外电子的运动可以分解成 3 种不同频率($\omega_+, \omega_0, \omega_-$) 的简谐运动，因此它所发出的辐射就会有 $\omega_+, \omega_0, \omega_-$ 3 种频率.

3　正常塞曼效应的半经典半量子解释

一般的《原子物理学》教材[8]，对塞曼效应的解释基本都采用半经典半量子的解释. 原子磁性问题的关键是原子的磁矩.

原子中的电子，由于轨道运动，具有轨道磁矩，它的数值是

$$\mu_l = \frac{e}{2m}\sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{l(l+1)}\frac{he}{4\pi m} \tag{11}$$

此外，电子由于自旋运动，具有自旋磁矩，它的数值是

$$\mu_s = \frac{e}{m}\sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{s(s+1)}\frac{he}{4\pi m} \tag{12}$$

原子中电子的轨道磁矩和自旋磁矩合成原子的总磁矩，对于单电子原子，其总磁矩为

$$\mu_j = g\frac{e}{2m}\sqrt{j(j+1)}\hbar = g\sqrt{j(j+1)}\frac{he}{4\pi m} \tag{13}$$

其中 g 是朗德因子，在 LS 耦合下

$$g = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)}$$

具有磁矩的原子处于磁场中受场的作用，其效果是磁矩绕磁场的方向做旋进，旋进引起能量的增减. 可以证明，原子受磁场作用而旋进所引起的附加能量为

$$\Delta E = -\mu_j B\cos\alpha = g\frac{e}{2m}LB\cos\beta \tag{14}$$

其中，α 和 β 互为补角，磁矩 μ_j 或总角动量 L 在磁场中的取向是量子化的(原子物理学中是假设的)，$L\cos\beta$ 是总角动量 L 在磁场方向的分量，也是量子化的，它只能取如下值

$$L\cos\beta = M\frac{h}{2\pi} \quad M = j, j-1, \cdots, -j \tag{15}$$

M 共有 $2j+1$ 个值. 所以附加能量为

$$\Delta E = Mg\frac{he}{4\pi m}B = Mg\mu_B B \tag{16}$$

设有一光谱线，由能级 E_2 和 E_1 之间跃迁产生，故

$$h\nu = E_2 - E_1 \tag{17}$$

在磁场中，上下能级一般都要分裂，因此新的光谱线频率 ν' 同能级有如下关系

$$h\nu' = (E_2 + \Delta E_2) - (E_1 + \Delta E_1) = (E_2 - E_1) + (\Delta E_2 - \Delta E_1) \tag{18}$$

$$h\nu' - h\nu = (M_2 g_2 - M_1 g_1)\mu_B B \tag{19}$$

$$\nu' - \nu = (M_2 g_2 - M_1 g_1)\frac{Be}{4\pi m} \tag{20}$$

式(20) 表达塞曼效应中裂开后的谱线同原谱线频率之差.

塞曼效应也有选择定则：$\Delta M = 0$，产生 π 线(当 $\Delta J = 0, M_2 = 0 \rightarrow M_1 = 0$ 除外)，$\Delta M = \pm 1$，产生 σ 线. 这样就解释了正常塞曼效应和反常塞曼效应.

4　塞曼效应的量子力学处理

要全面深刻地理解塞曼效应，就必须用量子微扰理论来解释. 考虑在均匀外磁场 $\boldsymbol{B}$ 中，LS 耦合下单电子原子体系的哈密顿量 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(\boldsymbol{r}) + \xi(\boldsymbol{r})\hat{\boldsymbol{L}}\cdot\hat{\boldsymbol{S}} + \frac{e}{2\mu c}\hat{\boldsymbol{L}}\cdot\hat{\boldsymbol{B}} + \frac{e}{\mu c}\hat{\boldsymbol{S}}\cdot\hat{\boldsymbol{B}} \tag{21}$$

其中

$$\boldsymbol{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(\boldsymbol{r})$$

是体系的能量算符

$$\boldsymbol{H}_{LS}=\xi(\boldsymbol{r})\hat{\boldsymbol{L}}\cdot\hat{\boldsymbol{S}}=\frac{1}{2\mu^2c^2}\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\frac{J^2-L^2-S^2}{2}$$

是自旋轨道耦合能算符

$$\boldsymbol{H}_B=\frac{e}{2\mu c}\hat{\boldsymbol{L}}\cdot\hat{\boldsymbol{B}}+\frac{e}{\mu c}\hat{\boldsymbol{S}}\cdot\hat{\boldsymbol{B}}=\frac{e}{2\mu c}\hat{\boldsymbol{B}}\cdot[\hat{\boldsymbol{L}}_z+2\hat{\boldsymbol{S}}_z]$$

是外磁场对轨道磁矩和自旋磁矩相互作用算符.

若只考虑式(21) 中的前两项

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+U(r)$$

为仅受库仑场作用的单电子体系的哈密顿量,将这两项作为能量的零级近似

$$\Psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)=R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$$

其对应零级近似的能量本征值和波函数可直接求出.

若考虑式(21) 中的前 3 项,则

$$H=-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+U(r)+\frac{1}{2\mu^2c^2}\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\hat{L}\cdot\hat{S}$$

第三项自旋轨道耦合作用对体系能量的影响作为微扰项[9],令

$$\Psi(r,\theta,\varphi,s_z)=R(r)\Theta_{ljm_j}(\theta,\varphi,s_z)\tag{22}$$

代入薛定谔方程

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+U(r)+\frac{1}{2\mu^2c^2}\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\hat{L}\cdot\hat{S}\right)\Psi=E\Psi\tag{23}$$

对于 $j=l+\frac{1}{2}$,可以将式(23) 化为[9]

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}r^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}+U(r)+\frac{l(l+1)}{2\mu r^2}\hbar^2+\frac{l\hbar^2}{2}\frac{1}{2\mu^2c^2}\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right]R(r)=ER(r)\tag{24}$$

对于 $j=l-\frac{1}{2}(l\geqslant 1)$,可以将式(23) 化为[9]

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}+U(r)+\frac{l(l+1)}{2\mu r^2}\hbar^2-\frac{(l+1)\hbar^2}{2}\frac{1}{2\mu^2c^2}\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right]R(r)=ER(r)\tag{25}$$

求解式(24) 和式(25),就可以得出两方程的本征值 $E_{njl=l+\frac{1}{2}}$ 和 $E_{njl=l-\frac{1}{2}}$.

若考虑式(21) 中的所有项,轨道磁矩和自旋磁矩与外磁场作用对体系哈密顿的影响,在原子精细结构的基础上再视为微扰项,则体系的本状态表示为

$$\Psi_{nljm_j}(r,\theta,\varphi,s_z)=R_{nlj}(r)\Theta_{ljm_j}(\theta,\varphi,s_z)\tag{26}$$

相应的能量本征值为

$$E_{nljm_j}=E_{nlj}+m_j\hbar\omega_L$$

其中

$$\omega_L=\frac{eB}{2\mu c}$$

原子体系满足的定态薛定谔方程求解出来的能量本征值与磁场强度有关,根据文献[9,10],原子体系在精细结构基础上发生塞曼效应的能量本征值详细表示为

$$E_{nljm_j}=E_{nlj}-\frac{1}{4}\bar{\xi}_{nl}+\left(m_l+\frac{1}{2}\right)\alpha^2B\pm\frac{1}{2}\sqrt{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2\bar{\xi}_{nl}{}^2+(2m_l+1)\bar{\xi}_{nl}\alpha^2B+\alpha^4B^2}\tag{27}$$

其中 α 是精细结构常数,$m_l=l-1,l-2,\cdots,-(l-1),-l$.

当磁场作用远大于自旋轨道相互作用时,即 $\alpha^2B\gg\bar{\xi}_{nl}$,$l,s,m_l,m_s$ 是好量子数,用其表象表示,在微扰矩阵中取对角化,得能量修正值[9,11]

$$\Delta E=(m_l+2m_s)\alpha^2B+m_lm_s\bar{\xi}_{nl}\tag{28}$$

受强磁场的作用,能级分成等间距的支能级,谱线分裂为 3 条,这就是正常塞曼效应.

当磁场作用远小于自旋轨道相互作用时,即 $\alpha^2B\ll\bar{\xi}_{nl}$,原子体系在精细结构的基础上再发生分裂,分裂成 $2j+1$ 层. 谱线分裂多于 3 条,这就是反常塞曼效应. 自旋轨道磁矩与磁场作用的微扰能为[9]

$$\Delta E=\left(m_l+\frac{1}{2}\right)\alpha^2B+\frac{2m_l+1}{2(2l+1)}\alpha^2B\tag{29}$$

反常塞曼效应谱线间距随磁感应强度的增大而加宽.

5　总结

关于塞曼效应,可以采用经典理论、半经典半量子理论和量子微扰理论解释,经典理论从经典电磁

学和牛顿力学出发，建立和求解电子运动方程. 经典解释不涉及原子体系能量性质，不能反映原子内部的客观本质. 半经典半量子理论解释，结合了玻尔理论的假设和空间量子化的假设，反映了原子体系能量是量子化的，但不能说明塞曼效应的选择定则及谱线强度等问题. 量子理论解释则是首先建立薛定谔方程，然后运用微扰理论进一步研究强、弱磁场下塞曼效应的能级和光谱分裂情况，自然而然地得出选择定则，能够更加深入地认识正、反常塞曼效应的区别和联系，并对电子的自旋轨道相互作用能与自旋的关系作了阐述.

塞曼效应的研究在历史上推动了量子理论的发展，至今它仍然是研究原子内部能级结构的重要方法之一.

参考文献

1　刘志华，刘瑞金. 关于正常塞曼效应现象的理论解释. 山东理工大学学报(自然科学版)，2006，20(5)：47 ～ 50

2　张彦萍. 不同磁场作用下的塞曼效应分析. 陇东学院学报，2008，19(5)：16 ～ 19

3　向智键. 磁场中原子光谱的分裂. 中南名族学院学报(自然科学版)，1994，13(2)：92 ～ 96

4　许世友. 正常塞曼效应偏振性定性解释. 四川职业技术学院学报，2006，16(3)：61 ～ 62

5　王向红. 塞曼效应的谱线偏振特性的量子解释. 温州师范学院学报，1994(6)：39 ～ 42

6　林福忠. 原子塞曼效应分裂谱线的量子分析. 龙岩学院学报，2006，24(6)：34 ～ 35

7　苏燕飞. 关于塞曼效应的三种解释法的异同. 山西师范大学学报，2002，16(3)：23 ～ 28

8　褚圣麟. 原子物理学. 北京：高等教育出版社，2013. 170 ～178

9　李兴鳌，易金桥. 碱金属原子反常塞曼效应的微扰论分析. 湖北民族学院学报(自然科学版)，2003，21(3)：33 ～36

10　冯霞，程小健. 一价原子有精细结构时的塞曼效应. 大学物理，2001，20(8)：12 ～ 14

11　郑乐民，徐庚武. 原子结构与原子光谱. 北京：北京大学出版社，1988. 244 ～ 260

12　李高清，雷广鹏. 塞曼效应的量子理论处理. 陇东学院学报，2009，20(2)：49 ～ 54

13　李兴鳌，杨建平，周震. 正常塞曼效应与反常塞曼效应的比较. 湖北民族学院学报(自然科学版)，2004，22(4)：74 ～76

Re-discuss on the Theoretical Interpretations of Zeeman Effect

Zhang Chun　Yang Ningxuan

(Department of Physics, College of Science, Shihezi University, Shihezi, Xinjiang　832003)

Abstract: Zeeman effect is the splitting of energy and spectral for atoms in the magnetic field. The paper interprets the Zeeman effect by three methods, comparied the differences among the three interpretations. And focus on using the perturbation theory, the differences between the normal and the abnormal Zeeman effect are comparied. Make learners understand the essence of Zeeman effect further.

Key words: Zeeman effect; spectral fission; perturbation theory