

橡皮筋串并联劲度系数的变化规律

牟 平

(白银市平川中学 甘肃 白银 730913)

(收稿日期:2016-11-30)

摘要:就一道关于橡皮筋长度问题的检测题的解答正确与否,教师们有分歧和争论,由此就橡皮筋的劲度系数变化规律做了归纳总结,指出了原题解答的错误所在.

关键词:检测题 错解 橡皮筋 劲度系数

在一次集体备课时,就《当代中学生报》上的一道物理单元检测题的解答对错与否,几位教师见解不一,展开了热烈的争论,原题及解答如下.

【题目】如图1所示,一橡皮筋原长 $L_0 = 10\text{ cm}$,其下端悬挂质量 $m = 1\text{ kg}$ 的重物后,长度变为 $L = 14\text{ cm}$,已知在弹性限度内,此橡皮筋的弹力与形变量符合胡克定律,取 $g = 10\text{ m/s}^2$.

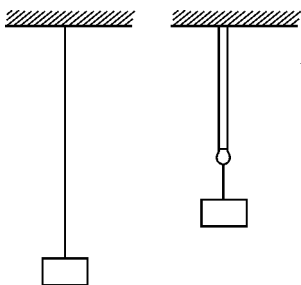


图1 题目的题图

(1) 求橡皮筋的劲度系数.

(2) 若将橡皮筋绕过一小定滑轮后,两端均固定于天花板上,再将重物悬挂于定滑轮下,不计定滑轮的大小、重量与摩擦,两端橡皮筋竖直,求此时橡皮筋的总长度 L' .

解:

(1) 根据胡克定律有

$$F = \kappa x$$

$$\text{而 } F = mg \quad x = L - L_0$$

$$\text{解得 } \kappa = 250\text{ N/m}$$

(2) 此时每段橡皮筋上的弹力为

$$F' = \frac{1}{2}mg = 5\text{ N}$$

每段橡皮筋的伸长量为

$$x' = \frac{F'}{\kappa} = \frac{5}{250}\text{ m} = 2\text{ cm}$$

橡皮筋的总长度为

$$L' = L_0 + 2x' = 14\text{ cm}$$

那么,上述解答是否正确呢?要回答这个问题,先要弄清楚以下有关橡皮筋劲度系数变化的几种情形.

1 橡皮筋截短后的劲度系数

如橡皮筋的原长为 L_0 ,劲度系数为 κ ,则弹力 F 与伸长量 x 遵从胡克定律,即

$$F = \kappa x \quad (1)$$

而单位长度的伸长量为 $\frac{x}{L_0}$,因为橡皮筋中的弹力处处相等,均为 F ,故如果从其中截取长为 L 的一段,在弹性限度内其伸长量为

$$x_1 = \frac{Lx}{L_0} \quad (2)$$

设其劲度系数变为 κ_1 ,则

$$F = \kappa_1 x_1 \quad (3)$$

由以上式(1)、(2)、(3)可得

$$\kappa_1 = \frac{L_0}{L}\kappa$$

$$\text{如果选取 } L = \frac{1}{2}L_0$$

$$\text{则 } \kappa_1 = 2\kappa$$

可见橡皮筋截短后,劲度系数变大.

2 橡皮筋串起来后的劲度系数

设两条橡皮筋的原长分别为 L_1 和 L_2 ,劲度系数分别为 κ_1 和 κ_2 ,串起来后的劲度系数为 κ ,则当用力 F 拉橡皮筋时,两条中的弹力均为 F ,故其伸长量分别为

$$x_1 = \frac{F}{\kappa_1} \quad x_2 = \frac{F}{\kappa_2}$$

总伸长量

$$x = x_1 + x_2 = \frac{F}{\kappa_1} + \frac{F}{\kappa_2}$$

所以整体的劲度系数

$$\kappa = \frac{F}{x} = \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$$

同理,如劲度系数分别为 κ_1, κ_2 和 κ_3 的3条橡皮筋串起来,则其总的劲度系数为

$$\kappa = \frac{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3}{\kappa_1 \kappa_2 + \kappa_2 \kappa_3 + \kappa_1 \kappa_3}$$

如3条劲度系数均为 κ 的橡皮筋串起来,则其劲度系数变为 $\frac{1}{3}\kappa$. 可见,橡皮筋串联起来后,其等效劲度系数变小.

3 两条橡皮筋并起来后的劲度系数

设两条橡皮筋的劲度系数分别为 κ_1 和 κ_2 ,如两条橡皮筋原长相等,则可直接并起来. 而如果原长不相等,就需要用细线将短的一条加长后再和长的并起来使用,如图2所示.

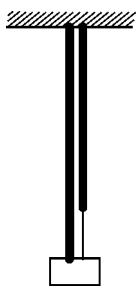


图2 并起来的两条橡皮筋

此时如果用力 F 拉橡皮筋,则两条中的弹力不相同,设分别为 F_1 和 F_2 ,则总弹力 $F = F_1 + F_2$,而每条橡皮筋的伸长量和总伸长量均为 x ,故劲度系数

$$\kappa = \frac{F}{x} = \frac{F_1 + F_2}{x} =$$

$$\frac{\kappa_1 x + \kappa_2 x}{x} = \kappa_1 + \kappa_2$$

同理,如劲度系数分别为 κ_1, κ_2 和 κ_3 的3条橡皮筋并起来,则其总的劲度系数 $\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3$. 如3条劲度系数均为 κ 的橡皮筋串起来,则其劲度系数变为 3κ .

可见,橡皮筋并联起来,其等效劲度系数变大.

4 应用讨论的结果求解题

弄清楚橡皮筋劲度系数的变化规律后,再看文章开头的题目.

第一种思路是橡皮筋相当于先被截为等长的两段再并起来,如图3所示.

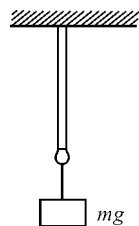


图3 第一种思路解题

每段的劲度系数均变为 2κ ,两段并起来后总的劲度系数变为 4κ ,所以有 $mg = 4\kappa x$,则

$$x = \frac{mg}{4\kappa} = \frac{10}{4 \times 250} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

故总长度 $L' = L_0 + 2x = 12 \text{ cm}$

第二种思路是橡皮筋没变,只是其中的弹力为 $\frac{1}{2}mg$,如图4所示.

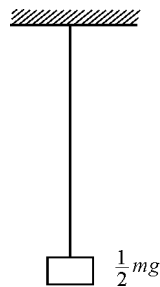


图4 第二种思路解题

有 $\frac{1}{2}mg = \kappa x$,则

$$x = \frac{\frac{1}{2}mg}{\kappa} = \frac{5}{250} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

故总长度 $L' = L_0 + x = 12 \text{ cm}$

原题解答错在认为将重物用滑轮按图3方式挂起来后两段的劲度系数仍然为 κ . 实际每段的劲度系数已变为 2κ ,而两段的伸长量相等,均为

$$x = \frac{\frac{1}{2}mg}{2\kappa} = \frac{5}{2 \times 250} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

故总长度仍为 $L' = L_0 + 2x = 12 \text{ cm}$

这应该是第三种思路.