从静电稳定条件看原子结构*

曾永志　马　靖

(福州大学物理与信息工程学院　福建 福州　350108)

(收稿日期:2017-01-13)

摘　要:通过对静电体系稳定的平衡条件的研究,认识到只有静电力的体系不能得到稳定的平衡.从这个结论看原子结构,卢瑟福核式的原子模型取代汤姆逊的原子模型具有深刻的理论基础.

关键词:原子结构　静电能　稳定性

1911 年,卢瑟福根据 α 射线散射实验奠定了原子核式结构的模型,取代了曾经占据主导地位的汤姆逊的糕点模型,为原子物理的进一步发展奠定了基础[1].本文将从静电体系稳定平衡的角度比较这两种模型.

根据静电平衡的汤姆孙定理[2~5],在两个条件下:(1) 电荷不离开导体,(2) 导体的位置固定.静电系统平衡条件是各个导体分别为等势体,这时整个体系的能量最低.其中条件(1) 是由于有非静电力限制电荷不离开表面,如果将第二个条件放松,即导体的位置可以任意发生变化,这时导体中的电荷将因为导体位置的变化而重新分布,使得体系的能量发生改变.现在的问题是:在只有静电的条件下,什么样的导体构型才能保持系统稳定.文献[2] 仅做了一点讨论,本文中将深入全面讨论这个问题.

我们先来看一个简单的问题.在一个正三角形的顶点固定 3 个等量的电荷 $-q$,在三角形的正中心放置电荷 q,如图 1 所示.这时能够处于稳定的平衡状态吗?

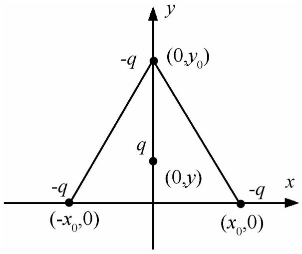

图 1　正三角形中心电荷的受力情况

稳定和平衡是两个不同的概念,平衡是指合外力为零,我们应该很容易发现,q 所受合外力为零.而稳定是指物体受到扰动后能回复到平衡位置,也就是当 q 偏离平衡位置时必须受到回复力的作用.现在研究一下,这样的体系是否能稳定.

我们先计算在一个方向的受力情况,当处在平衡位置时,容易得到,q 在 y 方向的受力为

$$F_y=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(y_0-y)^2}-\frac{2y}{(x_0^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

如果 q 往 y 正方向移动(y 变大),可以看到,F_y 将由零变为正值,q 受到沿 y 轴正向的力,也就是 q 受到的并不是回复力,而是离开平衡位置的力.因此,这样的体系不可能稳定.

上面只是一个特殊的例子,我们现在考虑更一般性的问题:以上的结论是否具有普遍性,即静电体系不可能稳定.

将电荷 $q(>0)$ 放置在 P_0,如图 2 所示.要使得 q 稳定,当 q 朝任何方向移动时,q 必须受到指向 P_0 的回复力.因此,可以设想在紧邻 q 周围有一个虚拟的曲面,为了使 q 得到回复力,则在曲面任意一点的电场方向必须指向 P_0.根据高斯定律,在 P_0 必须具有负电荷,但是,P_0 是 q 的放置位置,在 q 放置之前,P_0 处

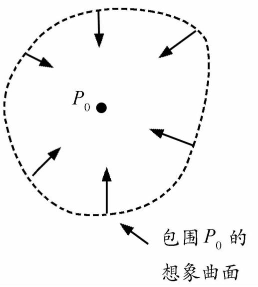

图 2　设想的高斯面

* 福建省教育厅基金项目"MOOC 背景下电动力学教学方法模式探索",项目编号:JAS151247,0360-52001026

作者简介:曾永志(1964-　),男,博士,副教授,研究方向为凝聚态计算.

不应该有电荷,因此,静电体系不能出现稳定的平衡点.

可以用更加严格的数学证明这个结论.

带电体系之间的相互作用能可以表示为

$$U = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=1}^{n} q_\alpha \varphi_\alpha \tag{1}$$

要使得带电体系的能量具有极小值,必须具备两个条件:(1)U 对带电体所有坐标的一级微商为零,即 $\nabla_\alpha U = 0$;(2)U 对坐标的二级微商大于零.根据第一个条件,可以得到 $\nabla \varphi_\alpha = 0 \Rightarrow \boldsymbol{E}_\alpha = 0$,每个导体内部的电场强度为零,也就是导体处在由其他导体产生的电场相互抵消的位置.

如果其中一个导体(第 α 个)在平衡位置发生扰动,$\boldsymbol{r}_\alpha \to \boldsymbol{r}_\alpha + \mathrm{d}\boldsymbol{r}_\alpha$,将体系能量 U 展开(保留二级近似),得到

$$\Delta U = U(\boldsymbol{r}_\alpha + \mathrm{d}\boldsymbol{r}_\alpha) - U(\boldsymbol{r}_\alpha) =$$

$$\sum_{i=1,2,3} \frac{\partial U}{\partial r_\alpha^i}\mathrm{d}r_\alpha^i + \sum_{i,j=1,2,3} \frac{\partial^2 U}{\partial r_\alpha^i \partial r_\alpha^j}\mathrm{d}r_\alpha^i \mathrm{d}r_\alpha^j + \cdots$$

根据上面的第一个条件,即 $\nabla_\alpha U = 0$,第一项等于零,仅考量第二项,上式为

$$\Delta U \approx \sum_{i,j=1,2,3} L_{i,j}\,\mathrm{d}r_\alpha^i \mathrm{d}r_\alpha^j$$

其中,$L_{ij} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial r_\alpha^i \partial r_\alpha^j}$ 是一个矩阵.将矩阵 L_{ij} 进行对角化,得

$$\sum_{i,j=1,2,3} L_{i,j}\,\mathrm{d}r_\alpha^i \mathrm{d}r_\alpha^j = \sum_{i=1,2,3} \lambda_i (\mathrm{d}\,\tilde{r}_\alpha^i)^2$$

其中,λ_i 为矩阵的本征值.

根据第二个条件,要使得系统稳定,沿着任意方向扰动,能量都必须上升,即所有的本征值都必须大于零

$$\lambda_i > 0,\ i = 1,2,3 \tag{2}$$

另一方面,将式(1)应用电荷 q_α 处,并求二阶微分,得

$$\nabla_\alpha^2 U = \frac{1}{2}\sum_\alpha q_\alpha \nabla^2 \varphi_\alpha \tag{3}$$

其中 φ_α 为除了电荷 q_α 外其他电荷在 q_α 处产生的电势,很明显该处的电荷密度为零,根据拉普拉斯方程,有 $\nabla^2 \varphi_\alpha = 0$,即式(3)为零,因此

$$\nabla_\alpha^2 U = \sum_{i=1,2,3} \frac{\partial^2 U}{\partial r_\alpha^i \partial r_\alpha^i} = Tr[L_{i,j}] = \sum_{i=1,2,3} \lambda_i$$

根据式(3)的结果,上式也等于零,即

$$\sum_{i=1,2,3} \lambda_i = 0 \tag{4}$$

可以看到,式(2)和式(4)矛盾,可见能量 U 不可能出现极小值,由静电体系构成的系统不可能出现稳定状态,任何静电系统的形成必须有非静电力的存在,如果仅有静电力的系统,电荷将相互远离到无穷远.

从这个结论来检查原子结构就可以发现,汤姆逊糕点式的原子模型,是一个静态体系,而纯静电力的体系是不可能出现一个稳定的平衡状态,要出现稳定的平衡状态,必须是一个动力学系统.因此,卢瑟福的核式原子模型取代汤姆逊模型有着深刻的理论基础.

参考文献

1　褚圣麟.原子物理学.北京:高等教育出版社,1979

2　蔡圣善,朱耘,徐建军.电动力学.北京:高等教育出版社,2002

3　李书民.电动力学概论.合肥:中国科技大学出版社,2010

4　刘觉平.电动力学.北京:高等教育出版社,2004

5　史朞,徐建军,林志方.汤姆孙定理的一种直观证明.大学物理,2012(10):48～51

The Atomic Structure Checked from Electrostatic Stabilization Condition

Zeng Yongzhi　Ma Jing

(College of Physics and Information, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian　350108)

Abstract: By study the stability of electrostatic system, we show that a system cannot be stable equilibrium only by electrostatic force. From the view point, we can see that the replacement of Thomson's atomic model with Rutherford's nuclear model has a profound theoretical foundation.

Key words: atomic structure; electrostatic energy; stability