



共点力平衡问题中几类特殊题型分析

杨 璠 宋雪婷

(四川师范大学物理与工程学院 四川 成都 610101)

(收稿日期:2017-05-08)

摘 要: 主要对高中共点力平衡问题的几种常见的特殊题型进行了归类分析, 归纳了共点力平衡问题中的动态平衡类问题、杆类问题、滑轮类问题以及连接体类问题的特点及其解题策略.

关键词: 共点力平衡 动态平衡 杆问题 滑轮问题 连接体

在共点力平衡问题中常会遇到一些特殊的题型, 它们具有一些显著的特点, 在解题时, 若能正确审题加以辨别并采取相应解题方法, 会使解题过程更加简单.

1 动态平衡类问题

动态平衡: 指通过控制某一物理量, 使物体的状态发生缓慢的变化. 通常在题中会有使物体“缓慢”、“慢慢”、“逐渐”移动这类字眼, 这时就表示物体处于动态平衡, 就可以使用如下的方法.

1.1 矢量三角形法

(1) 适用条件: 物体受到 3 个力的作用, 有一个力的大小和方向都不变(一般指重力), 有一个力的方向不变.

(2) 分析思路: 对物体进行受力分析, 画出力的示意图, 然后将几个力做成矢量三角形. 作矢量三角形的时候, 先作大小和方向都不变的力, 然后作方向不变的力, 再根据首尾相连的原则, 做出第 3 个力构

成矢量三角形. 最后根据第 3 个力的方向的变化, 判断各个力的大小的变化.

【例 1】(2016 年高考全国新课标 II 第 1 题) 质量为 m 的物体用轻绳 OA 悬挂于天花板上, 用水平向左的力 F 缓慢拉动绳的中点 O , 如图 1 所示, 用 T 表示绳 OA 段拉力的大小, 在 O 点向左移动的过程中 ()

- A. F 逐渐变大, T 逐渐变大
- B. F 逐渐变大, T 逐渐变小
- C. F 逐渐变小, T 逐渐变大
- D. F 逐渐变小, T 逐渐变小

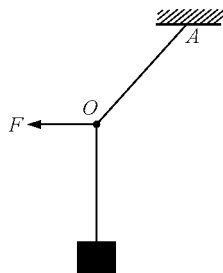


图 1 例 1 题图

重要的单轨道模型问题, 分析了各种图像规律, 研究得到了小球不能完成完整的圆周运动的速度大小 $v_A \leq \sqrt{5gR}$; 其中当 $v_A \leq \sqrt{5gR}$ 时, 小球将做完整的竖直平面内的圆周运动; 当 $v_A \leq \sqrt{2gR}$ 时, 小球将沿圆弧“轨道”返回, 来回周期性摆动; 当 $\sqrt{2gR} \leq v_A \leq \sqrt{5gR}$ 时, 小球将在 CB 之间离开圆弧“轨道”做斜抛运动, 并给出了脱离点 P 的速度大小和方向

由式(10) $v_P = \sqrt{\frac{v_A^2 - 2gR}{3}}$, 式(11) $\cos \theta = \frac{v_A^2}{3gR} - \frac{2}{3}$

决定. 最后阐述了小球从 A 点水平方向出发经 CB 之间点 P 斜抛运动后能返回初始点 A 的速度条件由式(20) $v_A = \sqrt{\frac{7}{2}gR}$ 决定, 并给出落点在 A 点左右两侧侧圆弧上点 A 的速度条件.

参考文献

- 1 漆安慎. 普通物理学教程·力学(第二版)学习指导书. 北京: 高等教育出版社, 2009

解析:对节点 O 进行受力分析,受到重物拉力 T' , $T' = G$, 拉力 F 和绳子 OA 拉力 T 这 3 个力的作用,由于 F 是缓慢拉动的,所以 O 处于平衡状态,画出力的矢量三角形,如图 2 所示,先画大小、方向都不变的拉力 T' ,再画方向不变的拉力 F ,并且让其和重力首尾相连,最后画方向和大小都会变的拉力 T ,再向左拉的过程中,拉力 T 与竖直方向的夹角 θ 不断地变大,从图 2 就可知拉力 F 和 T 都在逐渐增大,故选 A.

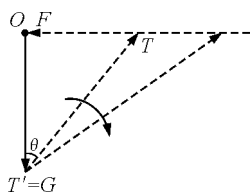


图 2 例 1 受力分析

1.2 相似三角形法(力三角边三角相似)

(1) 适用条件:物体受到 3 个力的作用,有一个力是恒力(一般指重力),其余两个力方向发生变化.

(2) 分析思路:对物体进行受力分析,根据首尾相连,将物体受到的力构成一力三角,在图中找出这个力三角的相似三角形(边三角),根据比例关系找出力的变化情况.

【例 2】如图 3 所示,光滑半球面上的小球被一通过定滑轮的力 F 由 A 点缓慢拉到顶端的过程中,绳的拉力 F 及半球面对小球的支持力 F_n 的变化情况正确的是()

- A. F_n 增大, F 增大 B. F_n 增大, F 减小
C. F_n 不变, F 减小 D. F_n 减小, F 增大

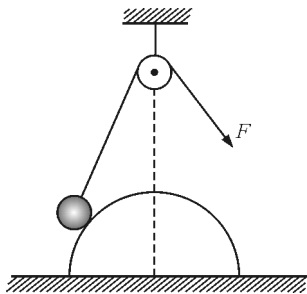


图 3 例 2 题图

解析:如图 4 所示,对小球进行受力分析,其受到重力 G , 拉力 F 和支持力 F_n 这 3 个力的作用,将其首尾相连构成一个力三角形 $\triangle BCD$,在图中可以找到一个与 $\triangle BCD$ 相似的边三角形 $\triangle OAB$,根据三角形相似得

$$\frac{F_n}{G} = \frac{OB}{OA} \quad \frac{F}{G} = \frac{BA}{OA}$$

在拉动的过程中 OA, OB 不变, AB 减小,所以 F_n 不变, F 减小, 故选 C. 做题时通常选不变的力(如重力)来进行比较会更简单^[1].

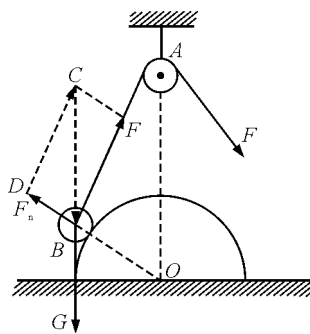


图 4 例 2 受力分析

2 杆类问题

2.1 活杆

特点:杆的一端与墙壁之间由铰链连接,杆可以转动,杆的另一端是一个结点.活杆给物体的力沿着杆的方向.

【例 3】如图 5 所示,质量为 m 的物体用细绳 OA 悬挂在支架上的 O 点,轻杆 OB 可绕 B 点转动,当轻杆水平, AO 与 BO 夹角为 θ 时,求细绳 OA 中受力 T 的大小和轻杆 OB 受力 N 的大小.

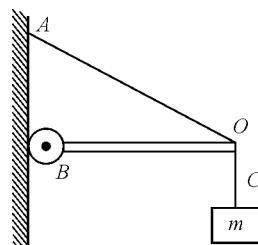


图 5 例 3 题图

解析:由题意可知,此杆为活杆,给物体的力的方向是沿着杆的方向,对 O 点进行受力分析,受到重物拉力 T_2 , $T_2 = G$, 绳子拉力 T_1 和杆的支持力 N_1 这 3 个力的作用,如图 6 所示,所以有

$$T_1 = \frac{mg}{\sin \theta} \quad N_1 = \frac{mg}{\tan \theta}$$

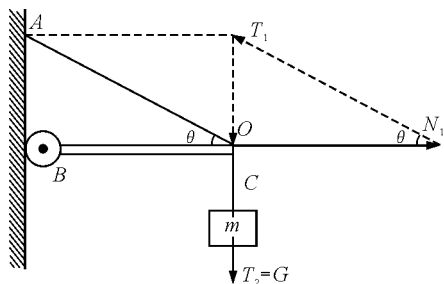


图 6 例 3 受力分析

由牛顿第三定律得

$$T = T_1 = \frac{mg}{\sin \theta} \quad N = N_1 = \frac{mg}{\tan \theta}$$

2.2 死杆

特点:杆是固定在墙上的,不能转动.杆的一端插在墙壁内,另一端是一个动滑轮,细线等绕过动滑轮承受物体.死杆给滑轮的力不一定沿杆的方向.通常需要根据题意求出滑轮所受另外两个力的合力的大小和方向,杆给滑轮的力与合力等大反向.

【例4】水平横梁的一端A插在墙壁内,另一端装有一小滑轮B,一轻绳的一端C固定于墙壁上,另一端跨过滑轮后悬挂一质量为 $m = 10 \text{ kg}$ 的重物, $\angle CBA = 30^\circ$,如图7所示,求杆对滑轮的支持力大小(g 取 10 N/kg).

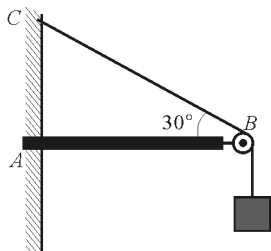


图7 例4题图

解析:对杆上的滑轮B进行受力分析,受到绳子的压力 T, T' 和杆的支持力 $F_{\text{支}}$ 的作用,由于是死杆,不能直接画出支持力的方向,但它和绳子对滑轮的压力合力大小相等,方向相反,如图8所示,同一根绳上 $T = T' = mg = 100 \text{ N}$, $\angle CBG = 120^\circ$,所以 $F_{\text{合}} = 100 \text{ N}$,由牛顿第三定律可知,杆对滑轮的支持力大小为 $F_{\text{支}} = F_{\text{合}} = 100 \text{ N}$ [2].

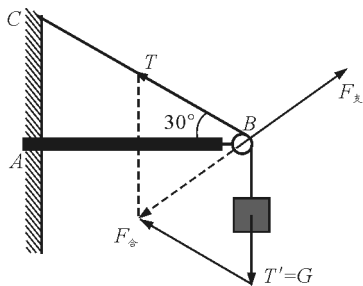


图8 例4受力分析

3 滑轮类问题

(1) 定滑轮:通常的作用就是改变力的方向,不再赘述.

(2) 动滑轮(物体在绳上可以自由滑动的情况

都可看成是动滑轮类型)

特点:动滑轮始终在悬挂它的绳子的角平分线上.

【例5】如图9所示,将一根不可伸长的、柔软的轻绳左右两端分别系于墙上的A、B两点上,一物体用动滑轮悬挂在轻绳上,达到平衡时,两段绳子间的夹角为 θ_1 ,绳子张力为 F_1 ;将绳子右端移至C点,待系统达到平衡时,两段绳子间的夹角为 θ_2 ,绳子张力为 F_2 ;将绳子右端再移至D点,待系统达到平衡时,两段绳子间的夹角为 θ_3 ,绳子张力为 F_3 ,不计摩擦,并且BC为竖直线,则 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 的大小关系和 F_1, F_2, F_3 的大小关系分别是怎样的.

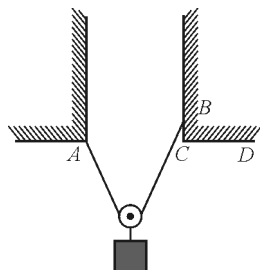


图9 例5题图

解析:当绳子系在A和B两点时,如图10所示,设两墙间的距离为 d ,绳长为 l ,A和B到滑轮的距离分别为 l_1 和 l_2 ,动滑轮与物体总重为 G ,则

$$l_1 \sin \frac{\theta_1}{2} + l_2 \sin \frac{\theta_1}{2} = d$$

$$l_1 + l_2 = l$$

所以 $\sin \frac{\theta_1}{2} = \frac{d}{l}$ (1)

对动滑轮进行受力分析,有

$$2F_1 \cos \frac{\theta_1}{2} = G$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \frac{G}{\cos \frac{\theta_1}{2}} \quad (2)$$

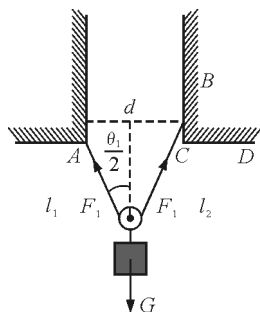


图10 例5受力分析

当绳子系在A和C两点时,如图11所示,两墙

间的距离还是为 d , 绳长不变, A 与 C 到滑轮的距离分别为 l_3 和 l_4 , 则

$$l_3 \sin \frac{\theta_2}{2} + l_4 \sin \frac{\theta_2}{2} = d$$

$$l_3 + l_4 = l$$

有

$$\sin \frac{\theta_2}{2} = \frac{d}{l} \quad (3)$$

所以

$$2F_2 \cos \frac{\theta_2}{2} = G$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \frac{G}{\cos \frac{\theta_2}{2}} \quad (4)$$

由式(1)、(3)可得 $\theta_1 = \theta_2$, 由式(2)、(4)可得

$$F_1 = F_2$$

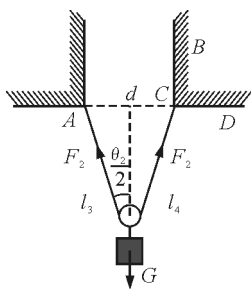


图 11 绳子系在 A、C 两点

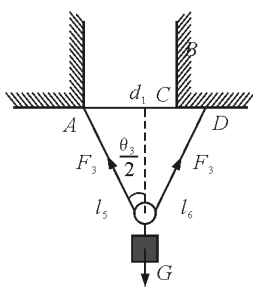


图 12 绳子系在 A、D 两点

当绳子系在 A 和 D 两点时, 如图 12 所示, A 和 D 两点间的水平距离变为 d_1 , 绳长不变, A 和 D 到滑轮的距离分别为 l_5 和 l_6 , 则

$$l_5 \sin \frac{\theta_3}{2} + l_6 \sin \frac{\theta_3}{2} = d_1$$

$$l_5 + l_6 = l$$

所以

$$\sin \frac{\theta_3}{2} = \frac{d_1}{l} \quad (5)$$

$$2F_3 \cos \frac{\theta_3}{2} = G$$

$$F_3 = \frac{1}{2} \frac{G}{\cos \frac{\theta_3}{2}} \quad (6)$$

因为 $d_1 > d$, 所以, 有

$$\theta_3 > \theta_2 = \theta_1 \quad F_3 > F_2 = F_1$$

解题的关键在于知道动滑轮始终在悬挂它的细绳角平分线上, 并且同一根绳上的力处处相等^[3].

4 连接体类问题

连接体: 多个相互关联的物体组成一个物体组(物体系), 如几个物体叠放、并排挤靠或者用绳子、轻杆连在一起. 在平衡问题中, 对于连接体可采用下

面 2 种方法.

4.1 隔离法

当需要研究系统内部的某个物体受到的力时, 将该物体单独受力分析, 进行研究.

4.2 整体法

若几个物体加速度相同(平衡问题中加速度都为零, 物体处于匀速直线、静止、缓慢移动状态), 将几个物体看成一整体分析所受外力, 进行研究. 在解决问题时, 常需根据实际情况, 将整体法与隔离法结合使用.

【例 6】如图 13 所示, 质量为 m_1 和 m_2 的两木块静放在质量为 m_3 的斜面上, 此时地面对 m_3 的支持力为多大? 如果 m_1 和 m_2 分别沿斜面匀速下滑, 在下滑过程中地面对 m_3 的支持力为多大?

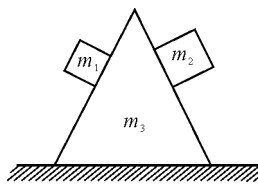


图 13 例 6 题图

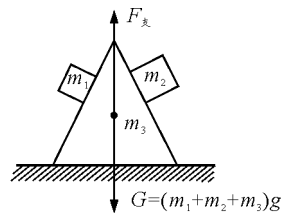


图 14 例 6 受力分析

解析: 当 3 个木块都静止时, 加速度都为零, 都处于平衡状态, 可将 3 个木块看成一个整体, 对于这一整体只受到重力和支持力的作用, 并且二者大小相等. 此时 $F_{\text{支}} = (m_1 + m_2 + m_3)g$; 当 m_1 和 m_2 沿斜面匀速下滑, m_3 静止时, 3 个物块的加速度都为零, 仍都处于平衡. 可以采用整体法, 不考虑内力, 此时支持力仍为 $F_{\text{支}} = (m_1 + m_2 + m_3)g$ ^[4].

共点力平衡问题还有其他多种题型, 也还有力的合成与分解法、正交分解法、三力汇交法、正弦定理法等多种解题方法. 要学会审题, 针对不同的题型选择合适的方法, 学会将多种方法结合使用, 让解题过程变得更加简单.

参考文献

- 1 牛有明. 浅谈处理平衡问题的几种方法. 中学物理, 2015(11): 84 ~ 85
- 2 石磊. 高中物理轻绳与轻杆共点力平衡问题的分析. 考试周刊, 2015(76): 134
- 3 王玉德. “动态平衡”中滑轮问题例析. 中学物理教学参考, 2012, 41(10): 71
- 4 戴静华. 整体法与隔离法在平衡问题中的应用. 新高考(高一物理), 2016(11): 33