

例谈 Excel 数值分析法图解物理过程^{*}

胡雨宸

(南京师范大学教师教育学院 江苏南京 210097)

(收稿日期:2017-01-12)

摘要:研究物理过程是解决物理问题的必经之路,对于复杂的物理过程,通过函数表达式很难直观判断其特点与变化规律。数值分析法是利用计算机通过数值计算求解科学问题的方法,Excel 软件具有数值分析功能,对一道典型例题进行分析,探究 Excel 数值分析法在研究物理过程中的应用。

关键词:Excel 数值分析 物理过程

数值分析法是利用计算机通过数值计算求解科学问题的一种方法。数值分析是数学的一个分支,但又不像纯数学那样只研究数学本身的理论,而是将理论与计算机计算结合起来,在自然科学、信息科学、管理科学以及工程计算等领域有着广泛的应用。一般来说,数值分析主要包含建立数学模型、选择数值方法、编写程序和上机计算结果 4 个步骤。常用的数值分析软件有 Matlab 和 Mathematica,除此之外,办公软件 Excel 也具有基本的数值分析功能,在 Excel 表格中输入表达式并赋予各参量数值,计算机可以快速准确地完成计算。

1 问题与基本解法

让我们来看一道具体的问题:一金属小球,系在轻绳上悬于 O 点,如图 1 所示,现将轻绳拉直使小球处于与 O 点同一水平高度 A 处,由静止释放,则摆球在下摆到最低点 B 的过程中,小球所受重力的瞬时功率()

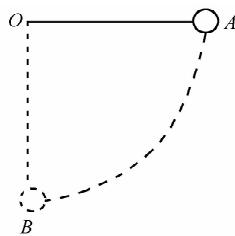


图 1 题图

- A. 一直减小
- B. 一直增大
- C. 先增大后减小
- D. 无法确定

这是一道典型的在一段运动过程中分析某一物理量变化趋势的问题。本题研究力与速度不在同一直线时力的瞬时功率,主要考查了圆周运动、瞬时功率、动能定理等知识的理解和综合分析能力,要求学生能够理清复杂情境下的物理过程。本题较好地考查了学生思维的全面性和缜密性,有较高的区分度,属于较难题。本题正确答案为 C,解法如下。

解法 1:本题可以求出下摆过程中任意位置小球所受重力的瞬时功率 P 的表达式,通过对表达式的分析进而讨论题目中各选项正确与否。

如图 2 所示,设小球质量为 m,重力加速度为 g,轻绳水平拉直时长度为 R,设小球在下摆过程中处于任意一点 C 时,∠AOC=θ,根据动能定理有

$$mgR\sin \theta = \frac{1}{2}mv_C^2 - 0$$

解得 $v_C = \sqrt{2gR\sin \theta}$

则小球所受重力的瞬时功率为

$$P = mgv_C \cos \theta = mg \sqrt{2gR\sin \theta} \cos \theta$$

此时该问题就转化为求解函数 $y = \cos \theta \sqrt{\sin \theta}$ 在 $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时的单调性问题。可以用导数方法进行求解

$$y' = -\sin \theta \sqrt{\sin \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{2 \sqrt{\sin \theta}}$$

* 教育部“南京师范大学卓越中学教师培养改革项目”阶段性成果。

作者简介:胡雨宸(1992-),男,在读硕士研究生,研究方向为物理课程与教学论。

令 $y'=0$,解得

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

即 $\theta = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$

此时 $y'' < 0$,即 y 有极大值.

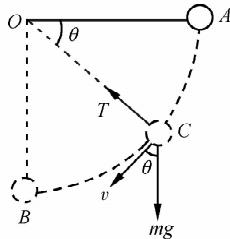


图 2 解法 1 分析图

故当 $\theta \in (0, \arcsin \frac{\sqrt{3}}{3})$ 时函数单调递增, 当 $\theta \in (\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\pi}{2})$ 时函数单调递减, 意味着小球下摆过程中所受重力的瞬时功率先增大后减小, 故选 C 项.

除导数方法外,也可以在功率 P 的表达式中直接代入特殊值,例如令 θ 分别等于 $0, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 时,也可以判断出重力的瞬时功率 P 在下摆过程中的变化情况.

解法 2:由于此题为选择题,在处理复杂物理过程中可以采用特殊位置法. 小球位于初始位置 A 时,其速度为零,重力的瞬时功率为零;小球处于末位置 B 时,其速度方向与重力方向垂直,重力的瞬时功率为零;而在下摆过程中的任意位置 C,小球所受重力的瞬时功率均不为零,由此可以推断出小球下摆过程中所受重力的瞬时功率先增大后减小,从而判断出 C 选项正确.

从解题的意义而言,通过以上两种解法已经可以对正确选项做出判断,并且通过对特殊位置的分析或在表达式中代入特殊值对物理量进行分析,事实上,在表达式中代入特殊值的方法,从本质上来说就是选取特殊位置进行分析.但是,对学生的答题情况进行分析,可以发现很大一部分学生选择了 A 项,其错误原因在于对瞬时功率概念理解不到位;部分学生误选 D 项,原因在于建立重力瞬时功率 P 的数学表达式后,学生利用函数的方法对表达式进行分析,对复杂的复合函数 $y = \cos \theta \sqrt{\sin \theta}$ 无法判断其单调性.

在解决物理过程问题时经常会遇到此类复杂的表达式,当函数单调性的方法难以判断其变化趋势时,可以通过 Excel 的数值计算功能结合图像功能,简捷、直观地判断其极值、零点以及变化趋势,数值分析法是分析物理过程问题的一种简捷、有效的方法.

2 Excel 数值分析法

将上述瞬时功率的表达式无量纲化,有

$$\frac{P}{mg \sqrt{2gR}} = \cos \theta \sqrt{\sin \theta}$$

利用 Excel 的数值分析功能,使 θ 从 $0 \sim 90^\circ$ 变化,可以完成对表达式 $\frac{P}{mg \sqrt{2gR}}$ 的数值计算,结合 Excel 图像处理功能,以 θ 为横轴,以 $\frac{P}{mg \sqrt{2gR}}$ 为纵轴,建立坐标系,可绘制出相关图像,如图 3 所示.

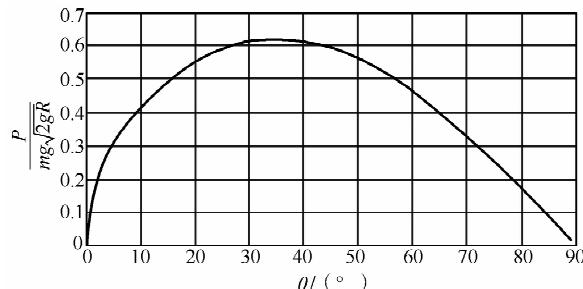


图 3 重力瞬时功率随角度变化关系

图像分析结果如下:

(1) 当 $\theta=0$ 时, $\frac{P}{mg \sqrt{2gR}}=0$, 即初位置时小球所受重力的瞬时功率为零.

(2) 当 $\theta=90^\circ$ 时, $\frac{P}{mg \sqrt{2gR}}=0$, 即末位置时小球所受重力的瞬时功率为零.

(3) 当 $\theta \approx 35^\circ$ 时, $\frac{P}{mg \sqrt{2gR}}$ 取最大值, 即此时小球所受重力的瞬时功率最大.

(4) 当 θ 在 $0 \sim 35^\circ$ 范围内变化时, 小球所受重力的瞬时功率逐渐增大; 当 θ 在 $35^\circ \sim 90^\circ$ 范围内变化时, 小球所受重力的瞬时功率逐渐减小.

小球下摆过程中,所受重力的瞬时功率先增大后减小.

(下转第 96 页)

比于电荷量的方法予以证明,这里笔者不做过多赘述。

参 考 文 献

- 1 梁灿彬,秦光戎,梁竹健.普通物理学教程电磁学(第 2 版).北京:高等教育出版社,2004.52~53

- 2 程守洙,江之永.普通物理学(第 6 版)上册.北京:高等教育出版社,2006.282~283
- 3 孙丽,汪邦家.2013 年高考理综卷第 20 题赏析.物理通报,2014(7):101~103

Tracing to Its Source—— Re-research on the 20th Question in Science Integrated Paper of 2013 Anhui College Entrance Examination Using Electrostatic Equilibrium Method

Xu Long

(Taihe No. 1 Middle School, Fuyang, Anhui 236600)

Xin Shuyuan

(Taihe Middle School, Fuyang, Anhui 236600)

Abstract: A physics exam question about electrostatic field is analyzed in the integrated test in science of Anhui Province in 2013. Some research is done using different ways for different types of exams and at the same time the cause of the electrostatic field is analyzed using the University physics knowledge from the microscopic angle

Key words: electrostatic equilibrium; the integrated test of Anhui province; electromagnetism; integral

(上接第 92 页)

3 结束语

在物理学中,我们可以根据给定条件建立物理量之间的函数表达式(数学模型),利用数学函数的方法研究物理过程,但很多物理过程中建立的数学表达式往往比较复杂,学生很难通过函数关系准确地发现其变化的规律和趋势。通过上述对典型例题的分析以及数值分析法的运用尝试,发现利用 Excel 的数值分析结合图像功能,可以摆脱函数计算的桎梏,将一段物理过程中物理量的变化规律完整清

楚地展现出来,具有简捷、直观、高效的优势,是帮助学生研究物理过程的有效手段,可以加深学生对物理本质的理解;同时也注意到,Excel 软件由于数据格式与计算精度设置的限制,计算得到的数据结果在高精确度要求下存在一定误差,这类误差一般出现在 10^{-5} 数量级,处于误差允许的范围内。

参 考 文 献

- 1 陈栋梁. EXCEL 数值分析法在高中物理教学中的应用——以 2015 年四川物理高考题为例. 物理之友,2016, 32(10):34~36
- 2 郭玉英. 中学物理教学设计. 北京:高等教育出版社,2016

Talking about the Case of Graphing Physical Process Using Excel Numerical Analysis Method

Hu Yuchen

(College of Teacher Education, Nanjing Normal University, Nanjing, Jiangsu 210097)

Abstract: The study of physical processes is the only way to solve the physical problems. For complex physical processes, it is difficult to visually judge its characteristics and changes through function expressions. The numerical analysis method is to use the computer to calculate the scientific problem by numerical calculation. Excel software has the function of numerical analysis, and analyzes a typical example to explore the application of Excel numerical analysis in the study of physical process.

Key words: Excel; numerical analysis; physical process