# 一道经典光学高考题的 3 种解法和教学启示

蒋金团
(施甸县第一中学　云南 保山　678200)
牛云景
(昆明市西山区第一中学　云南 昆明　650106)

(收稿日期:2017-02-09)

**摘　要**:对 2011 年高考新课标卷第 34 题进行了另解,并根据费马原理对该题进行了赏析.

**关键词**:一题多解　几何光学　正弦定理　反射定律　费马原理

2011 年高考新课标卷第 34 题是一道区分度很好的高考题,命题者设计时对各种层次的学生都有所照顾.笔者曾两次在月考中使用过该题,从考试成绩的统计情况来看,这是一道不容易得零分也不容易得满分的好题.值得细细品味.

## 1　原题赏析

一半圆柱形透明物体横截面如图 1 所示,地面 $AOB$ 镀银,$O$ 表示半圆截面的圆心,一束光线在横截面内从 $M$ 点入射,经过 $AB$ 面反射后从 $N$ 点射出.已知光线在 $M$ 点的入射角为 30°,$\angle MOA = 60°$,$\angle NOB = 30°$.求:

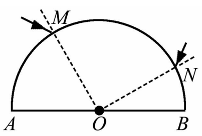

图 1　题图

(1) 光线在 $M$ 点的折射角;

(2) 透明物体的折射率.

**解法 1**:(1) 如图 2 所示,透明物体内部的光路为折线 $MPN$,$Q$ 和 $M$ 点相对于底面 $EF$ 对称,$Q$,$P$ 和 $N$3 点共线.设在 $M$ 点处,光的入射角为 $i$,折射角为 $r$,$\angle OMQ = \alpha$,$\angle PNF = \beta$,根据题意有

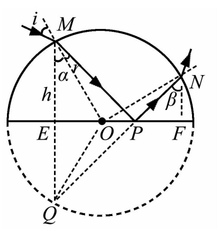

图 2　透明物体内部光路图

$$\alpha = 30° \tag{1}$$

由几何关系得,$\angle PNO = \angle PMO = r$,于是

$$\beta + r = 60° \tag{2}$$

且
$$\alpha + r = \beta \tag{3}$$

由式(1)、(2)、(3) 得

$$r = 15° \tag{4}$$

(2) 根据折射率公式有

$$\sin i = n\sin r \tag{5}$$

由式(4)、(5) 得

$$n = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \tag{6}$$

**点评分析**:这是一道层次分明的考题,学生画出半圆内部的光路图,再写个折射定律,这是难度不大的事,所以得零分很不容易,但是要想快速求出 $M$ 点处的折射角并非易事,命题者把半圆补成圆,巧妙利用入射光线和反射光线的对称性以及圆的对称性来寻找几何关系,这种灵活性的设计对只有中等思维品质的学生确实是一个大的挑战,甚至是无从下手.因此,笔者结合学生的实际情况,创出两种学生更容易接受的解法.

## 2　另外两种解法

**解法 2**:(1) 作出光路图后,所有几何信息包含在两个三角形中,因此可以用解三角形的方法求折射角 $r$.如图 3 所示,由几何关系得 $\angle MPO = \angle MOA - r = 60° - r$,由反射定律得 $\angle NPB = \angle MPO = 60° - r$,$\angle PNO = \angle NPB - \angle NOP = 60° - r - 30° = 30° - r$,在 $\triangle MOP$ 中,由正弦定理得

$$OP = \frac{\sin r}{\sin \angle MPO}R = \frac{\sin r}{\sin(60° - r)}R \tag{7}$$

在 $\triangle NOP$ 中,由正弦定理得

$$OP = \frac{\sin \angle PNO}{\sin(\pi - \angle NPB)}R = \frac{\sin(30^\circ - r)}{\sin(60^\circ - r)}R \quad (8)$$

由式(7)、(8)得 $r = 15^\circ$.

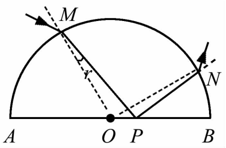


图3

(2)第二问同参考答案.

**解法3**:(1)采用解析几何的方法求解.以圆心 $O$ 为坐标原点建立直角坐标系.设圆的半径为 $R$,如图3所示,则 $M(-R\cos 60^\circ, R\sin 60^\circ)$,$N(R\cos 30^\circ, R\sin 30^\circ)$,由反射定律知,直线 $PM$ 和直线 $PN$ 的斜率的绝对值相等,即

$$\frac{R\sin 60^\circ}{R\cos 60^\circ + x_P} = \frac{R\sin 30^\circ}{R\cos 30^\circ - x_P} \quad (9)$$

由两点间的距离公式得

$$MP = \sqrt{(x_P - x_M)^2 + y_M^2} \quad (10)$$

在 $\triangle MOP$ 中,由余弦定理得

$$x_P^2 = R^2 + 2R\,MP\cos r \quad (11)$$

由式(9)~(11)得

$$\cos r = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \qquad r = 15^\circ$$

(2)第二问同参考答案.

## 3　用费马原理解读光路径

根据费马原理,光在任意介质中从一点传播到另一点时,沿所需时间最短的路径传播.对应到本题,光从 $M$ 点传播到 $N$ 点时速度是不变的,因此只要求出光的路程函数再求导,就可以得到相应的极值条件.

光在介质中的路程

$$s = |MP| + |PN| = \sqrt{y_M^2 + (x_P - x_M)^2} + \sqrt{y_N^2 + (x_N - x_P)^2}$$

对路程函数求导,并且令导数等于零,则有

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}x_P} = \frac{x_P - x_M}{\sqrt{y_M^2 + (x_P - x_M)^2}} - \frac{x_N - x_P}{\sqrt{y_N^2 + (x_N - x_P)^2}} = 0$$

即 $\cos \angle MPA = \cos \angle NPB$,这个结果恰好是反射定律的体现.因此,接下来的解答过程同解法3.

从以上分析可以看出来,费马原理是几何光学中的一条重要原理,反射定律只是它的一个特例而已.同时也让我们见识到了命题者的高瞻远瞩,命题专家通过设定好入射点和出射点的坐标,则根据最短原理,$P$ 点的坐标是确定的,整个思路一气呵成,既考查了高中的核心知识,又为高中和大学之间的知识过渡做好了铺垫.总之,这道题充分体现了高考考试说明中学习能力、应用能力的两大能力要求,对中学物理教学及学生能力培养有很好的导向性意义,是一道成功有亮点的好题.

## 4　一题多解的教学启示

教学中适当的一题多解,可以激发学生去发现和去创造的强烈欲望,加深学生对所学知识的深刻理解,训练学生对物理思想和物理方法的娴熟运用,锻炼学生思维的广阔性和深刻性、灵活性和独创性,从而培养学生的思维品质,发展学生的创造性思维.

一题多解训练,应当注意以下几点:

(1)目的要明确.上这种课,不是单纯地追求一题多解,而是要通过这种练习活动,达到锻炼学生的思维,拓宽学生的思路,增长学生的知识,培养和提高学生创造性学习能力这个根本目的.所以,教学内容的安排、教学活动的组织、教学方法的选择等等,都要有利于实现这个根本目的.这是上这种课的总要求.

(2)要注意把握上这种课的时间.这种课必须要在学生对有关的知识和技能熟练掌握的基础上进行.如果学生对有关的知识和技能没有熟练掌握,就谈不上灵活运用,就谈不上纵向、横向联系,也就不能进行一题多解.所以,上这种课,一般是在学生对某一部分知识或某几部分知识熟练掌握的时候,在综合练习时进行.学生对基础知识掌握得越深刻,越透彻,基本技能越娴熟,越灵活,就越能够进行一题多解,上这种课就越能收到好的效果.

(3)选题要得当,方法要灵活.选题得当是学生一题多解的前提条件.它既要能够一题多解,又要顾及班上差生、好生的具体情况,使差生想想也能找出几种解法,使好生也有用武之地;一题多解训练的具体方式方法是很多的,不能死搬硬套,人云亦云.要从实际出发,不能千题一律,堂堂如此.要根据班上学生学习的具体情况和实际教学需要,灵活选择教学方法.只有这样,才能调动全班学生的学习积极性,取得好的教学效果.