

再谈部分电路的感生电动势

——对一道经典题错解的分析及其求解

艾 亮

(天门市江汉学校 湖北 天门 431700)

(收稿日期:2017-02-12)

摘 要:由于中学课程内容的限制,加上学生自身数学知识有限,对感生电动势很难有准确深入的把握,难以领会其实质,而现在的教学辅导材料鱼龙混杂,有些题目实则是误导.以一道典型题的错解为例,分析其错误原因,并给出详细的正确解题过程.

关键词:涡旋电场 感生电动势 电势差

1 引言

根据麦克斯韦的电磁场理论,变化的磁场产生感生电场(或称涡旋电场),与静电场不同,感生电场是一个有旋无源的非保守场.当导体处于感生电场中,电荷会在感生电场力的作用下移动形成感生电动势.

值得注意的是,感生电场不仅只存在于磁场区域以内,在磁场区域以外电场也仍然存在.场强及感生电动势可由

$$\epsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

求得.

2 错解分析

至今仍有不少教辅书中有这样一道题目及与之类似的题目.

【题目】如图1所示,均匀导线做成的正方形线圈,边长为2 m,正方形的一半放在垂直纸面向里的匀强磁场中,当磁场以 $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 1 \text{ T/s}$ 的变化率增强时,求 e 和 f 间的电势差 U_{ef} .

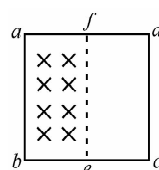


图1 题目附图

参考答案:由法拉第电磁感应定律得,整个回路的感应电动势为

$$E_{\text{总}} = n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 2 \text{ V}$$

设线圈总电阻为 $4R$, $fabe$ 段处在磁场中,充当电源, $ecdf$ 段为外电路,等效电路如图2所示, U_{ef} 即路端电压,则

$$U_{ef} = \frac{1}{2} E_{\text{总}} = 1 \text{ V}$$

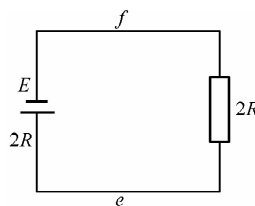


图2 附图的等效电路

通过上述计算可知,在理想情况下,该制冷系统的制冷效率与瓶口收窄处的气压和大气压之比有关.在上述循环过程中,空气流动具有的机械能充当装置工作的动力源.

4 结束语

空调工作的过程中,工作介质在空调内部是循环流动的,介质和房间空气之间进行热传递,实现室温的调节.在依靠风力进行降温的简易的温度调节

装置中,充当工作介质的气体直接流入房间中,其中在3-4的过程中和4-1的过程气体膨胀对外做功,可以转化为空气流动的机械能.空气流动虽然未能降低房间的温度,但是加快了人体表汗液的蒸发速度,增加人体的舒适度.

参 考 文 献

- 1 高景,董占海.大学物理教程.上海:上海交通大学出版社,2014.319
- 2 马文蔚,周雨青.大学物理教程.北京:高等教育出版社,2014.224

显然,这个解答是错误的.原因就在于误认为磁场区域以外没有感生电场,不能产生电动势.事实上,磁场区域以外感生电场是存在的,电源存在于整个线圈中, $ecdf$ 段不能简单地当作外电路处理.

而且,此题也无法如图3所示情形一样,利用对称性简化求解.要得出正确结果,已经超出了中学物理的范围.

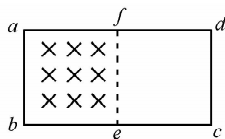


图3 可利用对称性简化求解的情形

3 解答过程

$abcd$ 区域和 $abef$ 区域的感生电动势相等,可作等效电路如图4和图5所示.

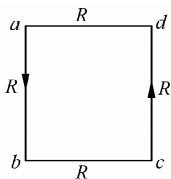


图4 $abcd$ 区域对应的等效电路

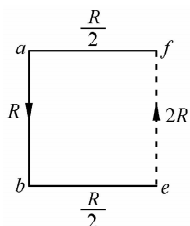


图5 $abef$ 区域对应的等效电路

为讨论方便,只考虑大小,由法拉第电磁感应定律得,整个回路感应电动势为

$$\epsilon_{\text{总}} = n \frac{d\Phi}{dt} = 2 \text{ V}$$

为求 ef 段感生电动势 ϵ_{ef} ,建立如图6所示坐标系,在 $abef$ 中任取一点 (x, y) ,在其周围取一面积元 dS ,此面积元在 ef 段任意一点 $(1, m)$ 处产生的感生电场记为 dE . 则

$$dE = \frac{1}{2\pi r} \left| \frac{dB}{dt} \right| dS$$

场强 dE 在 y 轴方向上的分量

$$dE_y = dE \cos \theta$$

由几何关系得 $\cos \theta = \frac{1-x}{r}$

$$r^2 = (1-x)^2 + (m-y)^2$$

则 $dE_y = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{dB}{dt} \right| \frac{1-x}{r^2} dx dy$

整个磁场区域在点 $(1, m)$ 处沿 y 轴方向产生的电场为

$$E_y = \int \int \frac{1}{2\pi} \left| \frac{dB}{dt} \right| \frac{1-x}{r^2} dx dy = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{dB}{dt} \right| \int_0^1 dx \int_0^2 \frac{1-x}{(1-x)^2 + (m-y)^2} dy = \left\{ 2\arctan(2-m) + 2\arctan m + m \ln \left(1 + \frac{1}{m^2} \right) + (m-2) \ln \left[1 - \frac{1}{5 + (m-4)m} \right] \right\} \frac{1}{4\pi} \left| \frac{dB}{dt} \right|$$

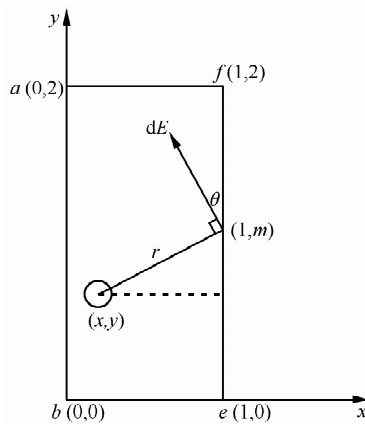


图6 解答过程用图

ef 段产生的感生电动势为

$$\epsilon_{ef} = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_0^2 E_y dm = \frac{16\arctan 2 - \ln \left(\frac{65536}{15625} \right)}{8\pi} \text{ V} \approx 0.65 \text{ V}$$

则 e, f 两点间的电势差为

$$U_{ef} = -(\epsilon_{ef} - I r_{ef}) = -\left(\epsilon_{ef} - \frac{\epsilon_{\text{总}}}{4R} 2R \right) = 0.35 \text{ V}$$

4 结束语

变化的磁场产生感生电场,不仅在磁场区域以内有电场,在磁场区域以外也仍然存在.对中学生来说这一节本就是难点,平时教学中,习题也应尽可能地选择有助学生对概念规律正确理解的习题.上述题目,实则是误导.学生一旦误认为磁场区域以外不存在感生电场,即便上述题目把线圈改成长方形,磁场区域变成正方形,本可以利用对称性,避开高等数学进行简化计算,学生也仍然会犯相同的错误.

参考文献

- 1 黄章科,金春辉,穆成富,等.任意形状磁场区域感生电动势的研究.大学物理,2015(12):45~49,60
- 2 贾起民,郑永令,陈暨耀.深刻理解法拉第电磁感应定律.物理教学,2010(07):17~19