

## 关于感生电动势计算问题的分析\*

史 博 张 辉 张连庆 单会会

(陆军军官学院物理教研室 安徽 合肥 230031)

仰振东

(铜陵学院物理教研室 安徽 铜陵 244061)

韩佳佳 麻晓敏

(陆军军官学院物理教研室 安徽 合肥 230031)

(收稿日期:2017-02-15)

**摘 要:**产生感生电动势的非静电力为感生电场力,它是感生电场对电荷的作用力,而感生电场及非闭合回路感生电动势的计算是大学物理中较难理解的问题.通过对一道计算感生电动势的问题进行分析,得到了3种解决问题的方法,加深了学生对感生电场及感生电动势计算的理解和掌握.

**关键词:**感生电场 感生电动势

### 1 问题的提出

感应电动势按照磁通量变化的原因不同分为动生电动势和感生电动势.动生电动势的非静电力来源是洛伦兹力,其计算一般有两种方法.

(1) 根据动生电动势的公式

$$\epsilon = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$$

计算.

(2) 构成合理的回路根据法拉第电磁感应定律计算.

对于闭合回路的感生电动势,一般都是采用法拉第电磁感应定律来计算,那么非闭合回路呢?看下面一道例题.

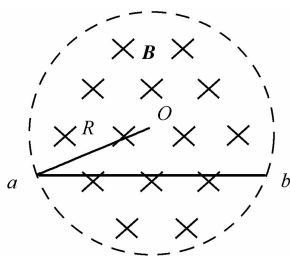


图1 求感生电动势例题题图

**【例题】**半径为  $R$  的圆柱形区域内充满均匀磁场,方向垂直纸面向里,一长为  $L$  的导体棒  $ab$  如图1所示放在磁场中,当磁场以  $\frac{dB}{dt} = k$  的变化率增加时,求导体棒中的感生电动势.

### 2 方法分析

题目中求解导体棒的感生电动势,一种方法是构成合理的闭合回路,再通过法拉第电磁感应定律进行计算,但要知道回路上除导体棒外另一部分的感生电动势;另一种方法是根据公式  $\epsilon = \int \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l}$  进行积分,但要知道导体棒上的感生电场.经过分析,可选取两种闭合回路,加上积分法,共得到3种方法.

#### 2.1 选取 $adbca$ 回路进行分析

如图2所示,选取  $adbca$  回路进行分析,设顺时针方向为正方向,即所围平面的法线方向与  $\frac{d\mathbf{B}}{dt}$  方向相同,设导体棒中的感生电动势为  $\epsilon_1$ ,圆弧  $adb$  中的感生电动势为  $\epsilon_2$ ,为方便计算,设三角形  $aOba$  的面积为  $S_1$ ,扇形  $adbOa$  的面积为  $S_2$ . 则  $adbca$  回路的

\* 教育部高等学校大学物理课程教指委教学研究立项项目,项目编号:DWJZW201528hd

作者简介:史博(1982- ),女,硕士,讲师,主要从事大学物理教学工作.

感生电动势为

$$\epsilon_{adbca} = \epsilon_1 + \epsilon_2 = - \iint \frac{d\mathbf{B}}{dt} \cdot d\mathbf{S} = -k(S_1 + S_2)$$

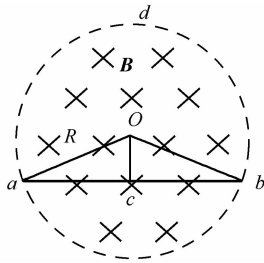


图 2 取 adbca 回路

只要计算出圆弧 adb 中的感生电动势  $\epsilon_2$ , 就可以得到导体棒中的感生电动势  $\epsilon_1$ . 设圆形回路上的感生电动势为  $\epsilon$ , 根据电磁感应定律

$$\epsilon = \oint \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = -k\pi R^2$$

由于磁场的轴对称性, 圆形回路上的感生电场大小处处相等, 可得

$$\epsilon_2 = \frac{S_2}{\pi R^2} \epsilon = -kS_2$$

则导体棒中的感生电动势

$$\epsilon_1 = \epsilon_{adbca} - \epsilon_2 = -kS_1 = -k \frac{L}{4} \sqrt{4R^2 - L^2}$$

负值说明电动势的方向与所选方向相反, 即 a 指向 b.

### 2.2 选取 acbea 回路进行分析

如图 3 所示, 选取 acbea 回路进行分析, 仍设顺时针方向为正方向, 即所围平面的法线方向与  $\frac{d\mathbf{B}}{dt}$  方向相同, 设导体棒中的感生电动势为  $\epsilon_1$ , 圆弧 bea 中的感生电动势为  $\epsilon_3$ , 仍设三角形 aOba 的面积为  $S_1$ , 设扇形 aObea 的面积为  $S_3$ . 则 acbea 回路的感生电动势为

$$\epsilon_{acbea} = \epsilon_1 + \epsilon_3 = - \iint \frac{d\mathbf{B}}{dt} \cdot d\mathbf{S} = -k(S_3 - S_1)$$

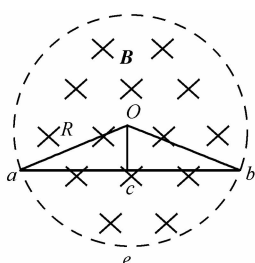


图 3 取 acbea 回路

同样, 只要计算出圆弧 bea 中的感生电动势  $\epsilon_3$ , 就可以得到导体棒中的感生电动势  $\epsilon_1$ . 仍设圆形回路上的感生电动势为  $\epsilon$ , 同上方法, 可得

$$\epsilon_3 = \frac{S_3}{\pi R^2} \epsilon = -kS_3$$

则导体棒中的感生电动势

$$\epsilon_1 = \epsilon_{acbea} - \epsilon_3 = kS_1 = k \frac{L}{4} \sqrt{4R^2 - L^2}$$

正值说明电动势的方向与所选方向相同, 即 a 指向 b.

### 2.3 通过对感生电场场强积分进行计算

如图 4 所示, 在导体棒上任取一微元 dl, 方向从 a 指向 b, 设微元到圆心的距离为 r, r 与 Oc 的夹角为  $\theta$ , 为了方便, 设 Oc 的长度为 h, 即

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{4R^2 - L^2}$$

设  $\alpha$  与  $Oc$  的夹角为  $\alpha$ , 则

$$\tan \alpha = \frac{L}{2h}$$

设微元处的感生电场强度为  $\mathbf{E}_i$ , 对于半径为 r 的圆形回路(选逆时针为正方向)

$$\oint \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = k\pi r^2$$

由于磁场的轴对称性, 可得

$$E_i = k \frac{r}{2}$$

方向沿圆的切线方向, 与 dl 夹角为  $\theta$ .

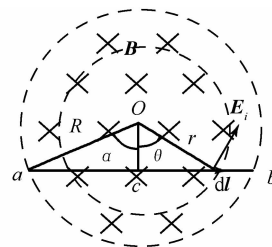


图 4 积分法求感生电动势

则导体棒中的感生电动势

$$\epsilon_1 = \int_a^b \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b E_i dl \cos \theta = 2 \int_0^\alpha \frac{kr}{2} r d\theta$$

其中 r 可表示为

$$r = \frac{h}{\cos \theta}$$

把变量 r 用  $\theta$  替换掉得

$$\epsilon_1 = k \int_0^\alpha \frac{h^2}{\cos^2 \theta} d\theta = kh^2 \int_0^\alpha \tan \theta = kh^2 \frac{L}{2h} =$$

(下转第 21 页)

## Experiment Research and Analysis on the MubinBa Effect

Huang Shaoshu

(No. 23 Middle school of Liupanshui, Liupanshui, Guizhou 553001)

**Abstract:** This paper introduces the method of a research experiment of the effect of Mu bin at room temperature, and analyzes the phenomena observed in the experiment data and experiment, and tries to find out the nature of the effect of mu.

**Key words:** MubinBa effect; temperature difference theory; temperature gradien; Line-crossing; gradient; thermal inertia; adsorption

(上接第 15 页)

$$k \frac{L}{4} \sqrt{4R^2 - L^2}$$

电动势的方向与所选微元方向相同, 即  $a$  指向  $b$ 。

### 3 结束语

本文通过一道导体棒感生电动势的计算问题, 分析了感生电动势的计算方法, 并通过 3 种方法解决了问题. 在选取合理闭合回路计算的方法中, 通过

假设回路、扇形面积等简化了计算, 几种方法都可加深学生对感生电场及感生电动势计算的理解和掌握.

### 参 考 文 献

- 1 陶宗明. 大学物理. 上海: 上海交通大学出版社, 2000. 329 ~ 332
- 2 张三慧. 大学基础物理学下. 北京: 清华大学出版社, 2010. 147 ~ 150
- 3 赵凯华. 电磁学. 北京: 高等教育出版社, 2011. 333 ~ 340

## Analysis on the Question of Calculating Induced Electromotive Force

Shi Bo Zhang Hui Zhang Lianqing Shan Huihui

(Teaching&research department of physics, Army Officer Academy, Hefei, Anhui 230031)

Yang Zhendong

(Teaching&research department of physics, Tongling University, Tongling, Anhu 244061)

Han Jiajia Ma Xiaomin

(Teaching&research department of physics, Army Officer Academy, Hefei, Anhui 230031)

**Abstract:** The non-electrostatic field source of induced electromotive force is induced electric field. The calculation of induced electric field and induced electromotive force of non-closed loop are problems that difficult to understand. A problem about induced electromotive force was analyzed through three methods, which deepened the understanding and mastering of the calculation of the induced electric field and induced electromotive force.

**Key words:** induced electric field; induced electromotive force