

科里奥利力表达式的一种简单推导方法*

黄敏 古学崇 周子淇 张勋航 庄洋

(四川省成都市新都一中铭章学院 四川 成都 610500)

赵芸赫

(北京师范大学物理学系 北京 100875)

(收稿日期:2017-02-23)

摘要:构造了一种简单的模型,在圆周运动的基础上通过简单的相对运动分析,从受力平衡的角度导出了该情景下的科里奥利力.该推导过程可以直观地让学生理解惯性系和非惯性系中对物体进行受力分析的不同方式,以及科氏力为何是一种在非惯性系中才存在的“等效力”.本文所构建的情景和证明方式可以让学生加深对于非惯性系中存在的物理现象的理解.

关键词:科里奥利力 非惯性系 圆周运动 证明

科里奥利力是在非惯性系考察物体运动时需要考虑的一种等效相互作用,其证明方式涉及旋转坐标变换^[1],在高中物理教学中未涉及过,因此本文从一个简单的圆周运动的情景入手,推导并证明了科里奥利力的表达形式,以期让高中学生更好地理解科里奥利力及非惯性系中存在的物理现象.

1 模型构建

选择这样一个简单的圆周运动模型.用绳子束缚小球,使其在水平面绕定点做圆周运动,其中小球质量为 m ,可视为质点,绳长 l 不计质量,匀速圆周运动速率为 v ,小球沿逆时针运动,如图1所示.

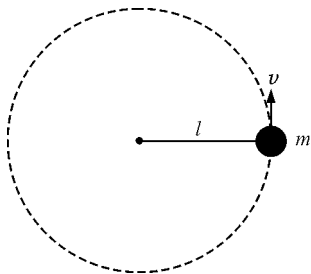


图1 轻绳牵引小球绕定点做匀速圆周运动

2 不同参考系中的牛顿第二定律

根据图1所示的模型,分别在以下3种参考系

应用牛顿第二定律进行分析,逐步推导出科里奥利力.

2.1 惯性参考系

在惯性参考系中,物体受到一个拉力,这个力提供物体的向心加速度.由牛顿第二定律我们很容易列出下列关系

$$F_T = ma_0 = m \frac{v^2}{l} \quad (1)$$

式(1)表明,这个系统中绳子上有大小恒定为 $\frac{mv^2}{l}$ 的拉力,方向指向圆心.我们知道拉力的大小不会因为参考系的选择而发生变化,所以之后我们在其他情景中讨论时会以这一表达式来计算.

2.2 以 $\omega_1 = \frac{v}{l}$ 逆时针转动的非惯性参考系

在这种情况下,由于选择的参考系逆时针转动,且角频率和物体相对于静止参考系的角频率一致.所以物体相对于这个旋转参考系的运动速度为

$$v_1 = v - \omega_1 l = 0 \quad (2)$$

即物体在该参考系中的速度为零,所以向心加速度也为零.根据物体在给定的非惯性系中受到科里奥利力的一个必要条件是物体在该非惯性系中具有不为零的速度这一事实^[1],小球在该参考系中不会受到科里奥利力.但是在任何给定非惯性系中,物

* 国家社会科学基金“十三五”规划2016年度教育学一般课题“普通高中学术性拔尖创新人才培养的实验研究”,课题编号:BHA106158

体都会受到惯性力,所以在该系统中,物体受到的拉力将会和惯性离心力平衡.所以我们有

$$F_T + F'_{\text{离心}} = ma_1 = 0 \quad (3)$$

故可以得到

$$F'_{\text{离心}} = -m \frac{v^2}{l} = -m\omega_1^2 l \quad (4)$$

式(4)中的负号说明惯性离心力是背离圆心的,大小与拉力相同.

不难看出,在所选取的情景中,惯性离心力的效果是将物体向外甩出,而拉力保持物体不被甩出,这也是惯性离心力名字的由来.

2.3 以 $\omega_2 < \omega_1 = \frac{v}{l}$ 逆时针转动的非惯性参考系

基于“1.2”的讨论,现在来推导出科里奥利力的表达式.首先,选择一个以速度 $\omega_2 < \omega_1 = \frac{v}{l}$ 逆时针转动的参考系.则在这一参考系中,物体相对参考系的速度为

$$v_2 = v - \omega_2 l \quad (5)$$

由于该参考系的角频率为 ω_2 ,所以物体在该参考系受到的惯性离心力为

$$F''_{\text{离心}} = -m\omega_2^2 l \quad (6)$$

在该参考系中,物体的速度不为零,所以向心加速度为

$$a_2 = m \frac{v_2^2}{l} \quad (7)$$

我们不妨设科里奥利力为 F_C ,则在该参考系利

用牛顿第二定律我们有(以指向圆心为力的正方向)

$$F_T + F_C + F''_{\text{离心}} = ma_2 \quad (8)$$

联立式(1)、(6)、(7)、(8),有

$$F_C = ma_2 - F''_{\text{离心}} - F = -2mv_2\omega_2 \quad (9)$$

其中 v_2 是相对于该转动参考系的速度, ω_2 是该转动系统的角频率.

当然我们要注意,该式仅适用于我们给出的特殊情况,物体运动平面与选择的参考系的角频率方向垂直.对于一般情况,科里奥利力的方向可以用右手定则判断,并满足

$$F_C = -2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v} \quad (10)$$

从式(9)不难看出,在该情景中科里奥利力的方向背离圆心,大小和物体在非惯性系中的相对速度以及非惯性系的角频率成正比.

3 讨论与总结

从构造3种情景中可以看出,拉力作为一个不依赖于参考系的物理量其大小和方向在非惯性系中保持不变.惯性离心力只与所选取的参考系的角频率有关,而科里奥利力的大小与系统的角频率和物体在系统中的相对速度均有关系,当物体的运动方向与参考系角频率方向垂直时,系统转动越快,物体在其中的相对速度越大,科里奥利力越大.

参考文献

- 1 赵凯华,罗蔚茵.新概念物理教程.北京:高等教育出版社,1995

A Simple Derivation of the Coriolis Force Expressions

Huang Min Gu Xuedong Zhou Ziqi Zhang Xunhang Zhuang Yang

(Mingzhang Institution of Xindu No. 1 High School, Chengdu, Sichuan 610500)

Zhao Yunhe

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875)

Abstract: In this paper, a simple model is constructed. Based on the circular motion, the Coriolis force is deduced from the equilibrium of forces by simple relative motion analysis. The deduction process can intuitively make students understand the different ways of stress analysis of inertial and non-inertial systems, and why the Coriolis force is a kind of equivalent force existing in non-inertial system. The scenarios and proofs constructed in this paper allow students to gain a better understanding of the physical phenomena present in non-inertial systems.

Key words: coriolis force; non-inertial system; circular motion; proof