

传送带模型中“功能关系”与“能量守恒”的对比分析

岳巍巍 赵永

(蒙城县第六中学 安徽 亳州 233500)

(收稿日期:2017-05-03)

摘要:计算传送带因载物而多消耗的电能,即多做的功时,可以依据能量守恒定律或功能关系求解.从能量守恒的角度思考,等于物块机械能的增加量与系统内能增加量之和,但从功能关系的角度处理,等于哪个力多做的功呢?本文在对比“滑块-木板”模型的基础上,针对传送带空载与负载两种状态进行受力分析,一定程度上回答了这个问题.

关键词:传送带 功能关系 能量守恒 机械能 系统内能

传送带模型是高中阶段物理学科中比较成熟的模型,典型的有水平传送带与倾斜传送带两种情况.在传送带中的动力学与能量转化的综合问题中,常涉及到传送带因载物而多消耗的电能或多做的功.笔者发现对这个问题的处理,从能量守恒的角度求解,学生很容易接受,但若从功能关系的角度讲解,学生一脸茫然,即使有两种方法结果一致的佐证,学生依然半信半疑.

对于这个问题的深入分析,可以先从较为基础的“滑块-木板”模型谈起.

1 滑块-木板模型

(1) 模型情景及分析

如图1所示,长木板B在光滑的水平面上以速度 v_0 向右匀速运动,把质量为 m 的滑块A无初速度地释放到上表面粗糙的B上,A与B间的动摩擦因数为 μ ,两者速度相同时,相对位移为 Δx .

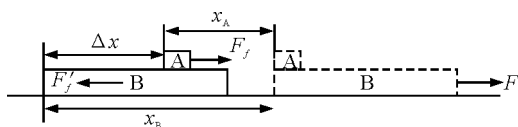


图1 滑块-木板模型

在这个模型中,木板B的动能的减少量 $E_{B\text{减}} = F_f' x_B$,滑块A动能的增加量 $E_{A\text{增}} = F_f x_A$,其中 $F_f = F_f'$.根据能量守恒定律,B减少的动能并没有完全转移到滑块A上,转化为系统内能的部分,即产生的热量

$$Q = E_{B\text{减}} - E_{A\text{增}} = F_f' x_B - F_f x_A = F_f \Delta x$$

由于释放滑块A,木板B受到水平向左的摩擦阻力作用,使B的速度减慢,要使其保持原来的速度运动,需要施加向右的牵引力 $F = F_f'$,如图1所示.现在,我们从“功能关系”与“能量守恒”两个角度分析F多做的功,即多消耗的能量.

(2) 从“功能关系”的角度分析因保持原状态多做的功

这一过程中,多做的功

$$W = F x_B = F_f x_B$$

其中

$$F_f = \mu m g \quad x_B = v_0 t$$

由A得

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g}$$

所以

$$W = m v_0^2$$

(3) 从“功能关系”的角度分析因保持原状态多消耗的能量

因施加F多消耗的能量,一方面转化为滑块的动能,另外一方面转化为滑块与木板系统的内能

$$\Delta E = \Delta E_k + Q$$

其中

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$Q = F_f \Delta x = \frac{1}{2} m v_0^2$$

所以

$$\Delta E = m v_0^2$$

2 水平传送带负载模型

(1) 模型情景及分析

如图2所示,质量为 m 的物块在水平传送带上由静止释放,传送带由电动机带动,始终以速度 v_0 传送.其中Q为主动轮,P为从动轮,物块与传动带间的动摩擦因数为 μ ,物块在滑下传送带之前能保持与传送带相对静止.现在从“功能关系”与“能量守恒”两个角度讨论电动机因传送物块多消耗的电能,即电动机多做的功.

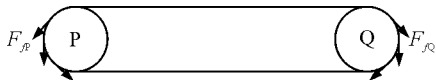


图2 对传送带空载时皮带的受力分析

(2) 从“功能关系”的角度分析因传送物块多做的功

类比于滑块-木板模型,可以更好理解水平传送带模型中的功能关系.图2是对传送带空载时皮带的受力分析,在主动轮Q处的静摩擦力 F_{fQ} 为动力,在从动轮P处的静摩擦力 F_{fP} 为阻力,匀速传送时,两者相等.消耗的电能就是Q处电动机克服静摩擦力做的功.图3是放上物块后皮带的受力示意图,由于从轻放物块到加速到与传送带速度相等的过程中,两者间存在滑动摩擦力,其中传送带受到的摩擦力水平向左.若仍想使传送带以速度 v_0 匀速运动,主动轮Q处的皮带受到的静摩擦力需增大为 $F_{fQ} + F_f$.此外,主动轮Q与皮带的连接处,静摩擦力处处与轮子所在圆周的边缘处相切,即与此处皮带各质元运动的方向相同,所以主动轮Q对皮带多做的功 $W = Fx_B = F_f x_B$, x_B 为传送带传送的距离.类比1,得到电动机多做的功为 $W = mv_0^2$.

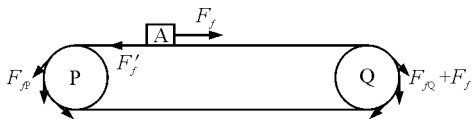


图3 放上物块后受力分析

(3) 从“能量守恒”的角度分析因传送物块多消耗的电能

电动机多消耗的电能,一方面转化为物块的动能,另外一方面转化为物块与传送带系统的内能(忽略因负载引起的电动机内部线圈发热量的变化).

$$\Delta E = \Delta E_k + Q$$

其中

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$Q = F_f \Delta x = \frac{1}{2}mv_0^2$$

所以

$$\Delta E = mv_0^2$$

可见,虽然从“功能关系”与“能量守恒”两种角度分析的结果是一致的,但两者的思路是不同的.

3 倾斜传送带负载模型

(1) 模型情景及分析

如图4所示,把物块A从低往高传送,传送带始终以速度 v_0 传送,物块被抬高的高度为 h ,传送带所在平面的倾斜角为 θ .

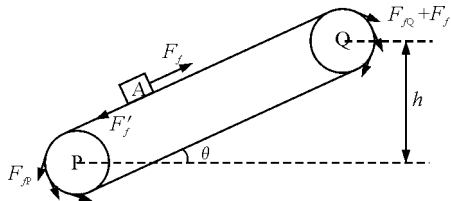


图4 倾角为 θ 的传送带

物块的运动分为两个过程,即匀加速向上传送与匀速向上传送过程,我们先来分析这两个运动过程.

物块匀加速传送阶段:这一过程,对于物块,受到的摩擦力为滑动摩擦力,大小

$$F_{f1} = \mu mg \cos \theta$$

由牛顿第二定律,得

$$F_{\text{合}} = \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta = ma$$

可见

$$a = g(\mu \cos \theta - \sin \theta)$$

加速时间

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$$

位移

$$x_{A1} = \frac{v_0 t}{2} = \frac{v_0^2}{2g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$$

对传送带,一直匀速传送,在此过程中,受到的摩擦力为静摩擦力,大小

$$F'_{f1} = F_{f1} = \mu mg \cos \theta$$

位移大小

$$x_{B1} = v_0 t = \frac{v_0^2}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$$

物块匀速传送阶段:这一过程中,物块与传送带保持相对静止,摩擦力大小

$$F_{f2} = F'_{f2} = \mu mg \sin \theta$$

位移大小

$$x_2 = \frac{h}{\sin \theta} - x_{A1} = \frac{h}{\sin \theta} - \frac{v_0^2}{2g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$$

(2) 从“功能关系”的角度分析因传送物块多做的功

由于物块向上运动的两个过程中,摩擦力的性质与大小不同,所以这两个过程中摩擦力做功多少需要分别考虑.

$$\begin{aligned} W = W_1 + W_2 = F'_{f1} x_{B1} + F'_{f2} x_2 = \\ \mu mg \cos \theta \frac{v_0^2}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)} + \\ mg \sin \theta \left[\frac{h}{\sin \theta} - \frac{v_0^2}{2g(\mu \cos \theta - \sin \theta)} \right] = \\ \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh + \frac{\mu mg v_0^2 \cos \theta}{2g(\mu \cos \theta - \sin \theta)} \end{aligned}$$

(3) 从“能量守恒”的角度分析因传送物块多消耗的电能

相比于水平传送带,倾斜传送带负载传送时,多消耗的电能有一部分转化为物块的重力势能

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p + Q =$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh + F_{f1} \Delta x =$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh + \frac{\mu mg v_0^2 \cos \theta}{2g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$$

4 功是能量变化的量度

图5从“功是能量变化的量度”角度分析了这一模型中“功”与“能”两者的关系,其中 ΔU 为内能增加量.传送带由电动机带动,在传送物块的过程中,通过电流做功把电能转化为机械能与电动机线圈的内能,其中转为机械能的能量与克服安培力做的功相等.接着电动机带动皮带通过克服摩擦力做功,转化为皮带与物块所组成系统的内能与物块的机械能.

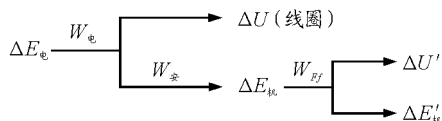


图5 传送带功能转化关系

本文先从“滑块-木板模型中的功能关系与能量守恒”谈起,以此为铺垫,深入分析了“传送带负载模型”中的“功能关系”与“能量守恒”问题,以及回答了“为什么传送带因载物而多消耗的电能等于传送带克服摩擦力做的功”这个看似不言而喻的问题.解决了课堂教学中,学生不得其解的群体性问题,使教学有了深度,有了外延.

Comparative Analysis of Relation of Work and Energy and Energy Conservation in Conveyor Belt Model

Yue Weiwei Zhao Yong

(Mengcheng No. 6 middle school, Bozhou, Anhui 233500)

Abstract: When calculating the amount of energy consumed by the conveyor belt due to the carrying material, or the amount of work done, the law of conservation of energy or the relation of work and energy can be used. From the point of view of energy conservation, it is equal to the sum of the added amount of the mechanical energy of the object and the added amount of the internal energy of the system, but from the relation of work and energy, which force did the work? In this paper, based on the comparison of "sliding-block" model, the stress analysis on the two states of load and no-load of conveyor belt is analyzed to some extent to answer this question.

Key words: conveyor belt; relation of work and energy; energy conservation; mechanical energy; internal energy of the system