

三圆环型达曼光栅衍射与缺级

刘志伟 范轶

(电子科技大学英才实验学院 四川 成都 611731)

王莹媛

(电子科技大学电子工程学院 四川 成都 611731)

吴明和 邬劭轶 滕保华

(电子科技大学物理电子学院 四川 成都 611731)

(收稿日期:2017-05-08)

摘要:光栅和光栅衍射是波动光学中的一个重要内容,讨论利用多个圆环衍射的圆环型达曼光栅的衍射现象,首先设计了一种三圆环型达曼光栅,然后解析推导了圆环型达曼光栅的光强分布规律,并数值分析了其中出现的缺级现象,从而使学生对光栅及光栅衍射有一个更深入的了解.

关键词:圆环型达曼光栅 衍射 缺级

1 引言

光栅作为重要的分光元件和光谱仪器的核心元件,在计量学、天文学、集成光学、光通信、原子能等方面具有广泛的应用.达曼光栅就是一种利用空间坐标调制的位相光栅,通过特殊的孔径函数的衍射光栅产生一维或者二维的均匀光束,从而实现等强度的阵列光束^[1].通常可以用机械刻划的方法制作圆环型的达曼光栅,来实现对称的等强度光强分布的圆环型衍射场^[2],从而在图像编码、全息照相以及X光层析成像等领域,起着不可或缺的重要作用.但

是与直缝光栅相比,圆环型光栅的制作难度很大,因此圆环型达曼光栅远没有像直缝光栅那样得到深入的研究^[3~6].

本文首先介绍圆环型达曼光栅的基本性质,然后设计一种三圆环型达曼光栅,并解析推导该圆环型达曼光栅的光强分布,从而根据相关参数分析产生缺级现象的条件.

2 圆环型达曼光栅的基本性质

通常圆环型达曼光栅根据下列4个参数进行设

都不随时间变化,这和静止电荷在闭合曲面 S 内按同样电荷分布时产生的电场情况是相同的.因此,稳恒电场和静电场具有相同的性质,稳恒电场也是势场,基尔霍夫第二方程正是由稳恒电场的环路定理推导出来的.感生电场力对沿闭合电路移动一周的单位电荷做功等于感生电动势,由法拉第定律可知感生电场沿任意闭合曲线的环流不可能都为零,否则不会在实验上发现感生电动势存在的事实.可以看出感生电场不是势场,而是涡旋场.这是涡旋电场性质和前两种电场性质的另一区别.

4 结束语

通过对电磁学中的3种电场,静电场、稳恒电场

和涡旋电场的核心及其规律的归纳、对比和总结,分析了它们的共性和个性,不仅强化了我们对3种电场的认识和应用,而且扩大了3种电场与其他相关物理知识的联系,同时也锻炼了学生的物理思维能力,无论是对中学物理的教与学或是对大学生电磁学的学习,都有事半功倍的学习效果.

参考文献

- 1 冯杰. 大学物理专题研究. 北京:北京大学出版社,2011
- 2 张三慧. 大学物理学. 北京:清华大学出版社,2000
- 3 温耐,王伟锋. 类比法在电磁学教学中的运用. 物理通报, 2013(6):11~12
- 4 尹彩流. 大学物理电磁学教学中类比法的应用. 广西民族大学学报(自然科学版),2011,17(2):98~100

计^[5]:

(1) 圆环型达曼光栅的阶,即衍射面上等强度的衍射光环的环数.

(2) 圆环型达曼光栅的环数,即光栅相位和(或)幅度改变的环数.

(3) 圆环型达曼光栅的衍射效率,即

$$E = \sum_{i=0}^M \frac{I_i}{I_{\text{total}}}$$

其中 I_i 是均匀环形衍射场第 i 环的光强峰值, I_{total} 为所有衍射光强的总和.

(4) 圆环型达曼光栅的均匀度,即

$$u = \frac{\sum_{i=1}^M (I_i - I_{\text{av}})^2}{\sum_{i=0}^M I_i}$$

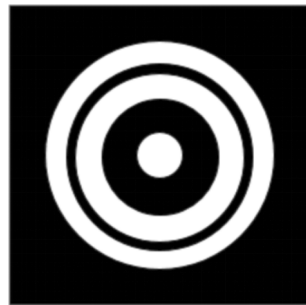
其中 I_{av} 为平均光强,定义为

$$I_{\text{av}} = \frac{1}{M+1} \sum_{i=0}^M I_i$$

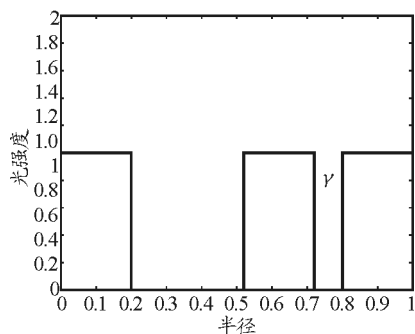
可以看出,对圆环型达曼光栅比较重要的两个参数是圆环型达曼光栅的阶与环数,因为它们是决定在衍射面上产生若干等强度衍射光环的关键参数.实际上,圆环型达曼光栅可以产生若干等强度的衍射光环,就是设计光栅的阶与环数导致光强重新分布的结果.与此同时,圆环型达曼光栅对光强重新分布的另一个结果就是可能产生明显的缺级现象.缺级现象同样是光学研究领域中的一个重要现象,比如圆环型达曼光栅在光学图像编码上的重要应用^[3],就是利用了其中的缺级现象.

3 三圆环型达曼光栅的设计及光强公式

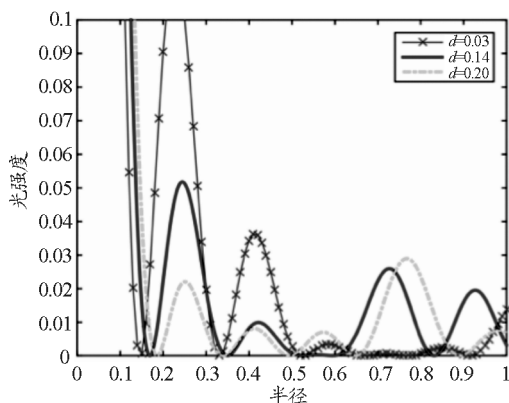
为了方便起见,本文将圆环型达曼光栅的环数限定为三环,通过调整参数即可在不同的衍射环处产生缺级现象.设达曼光栅每个环的宽度 d 全部相同,但中间圆环的位置可变,即可从靠近最外面圆环向内移动,不透光为 2 个环,透光为 3 个环.按照归一化计算,最大外围半径为 1.由于每个环的宽度已经确定,现只需确定外围不透光的环的宽度即可以确定该三圆环光栅,设其为 γ .三圆环达曼光栅的平面示意图如图 1(a) 所示,入射面光强度随半径变化的一维图如图 1(b) 所示,特定参数下的衍射图案如图 1(c) 所示,可以看出存在明显的缺级现象.



(a) 三环达曼光栅平面示意图



(b) 入射面光强度随半径变化的一维图



(c) 三环达曼光栅在给定参数情况下的衍射图

图1 三环达曼光栅

对于圆环光栅,其衍射场的振幅公式为^[5]

$$U(p) = \frac{2}{p} \{ J_1(p) - [1 - \exp(i\varphi_0)] \cdot (-1)^{N+1} \sum_{j=1}^{N-1} (-1)^j \times r_j J_1(pr_j) \} \quad (1)$$

这里 $J_1(p)$ 为一阶贝塞尔函数, p 为衍射场面上归一化半径,即

$$p = \frac{2\pi R\rho}{\lambda f}$$

表示在透明介质上形成的多个同心环带的位相分布,而 ρ 为衍射面上实际半径, f 为透镜的焦距, R 则是圆环达曼光栅的外半径, λ 为波长. φ_0 是环带的二值位相,取 $0, \pi$. $\{r_j\}$ 是圆环达曼光栅归一化的半径参数,并且 $r_0 = 0, r_N = 1$. 通常通过改变 $\{r_j\}$, 以产生

需要的衍射场。

于是可以得到本文设计的三圆环型达曼光栅的远场衍射场振幅公式

$$U(p) = 2C\pi R^2 \left[\frac{J_1(p)}{p} - r_4^2 \frac{J_1(r_4 p)}{r_4 p} + r_3^2 \frac{J_1(r_3 p)}{r_3 p} - r_2^2 \frac{J_1(r_2 p)}{r_2 p} + r_1^2 \frac{J_1(r_1 p)}{r_1 p} \right] \quad (2)$$

这里 $C = \frac{1}{i\lambda f} \exp \frac{i2\pi f}{\lambda} \exp \frac{i\pi \rho^2}{\lambda f}$ 。

考虑到 $r_1 = d, r_2 = 1 - 2d - \gamma, r_3 = 1 - d - \gamma, r_4 = 1 - d$, 最终获得三圆环型达曼光栅的远场衍射场的振幅和光强为

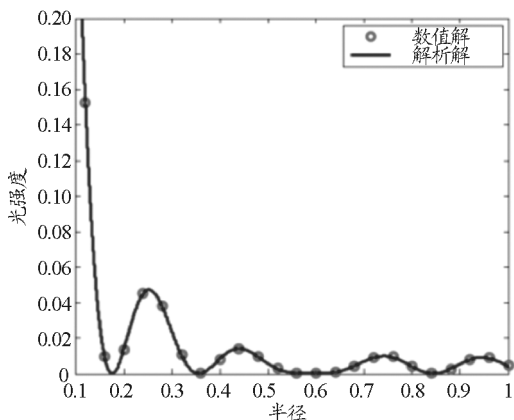
$$U(p, d, \gamma) = 2C\pi R^2 \left\{ \frac{J_1(p)}{p} - (1-d)^2 \frac{J_1[(1-d)p]}{(1-d)p} + (1-d-\gamma)^2 \frac{J_1[(1-d-\gamma)p]}{(1-d-\gamma)p} - (1-2d-\gamma)^2 \frac{J_1[(1-2d-\gamma)p]}{(1-2d-\gamma)p} + d^2 \frac{J_1(dp)}{dp} \right\} \quad (3)$$

$$I = U^2(p, d, \gamma) \quad (4)$$

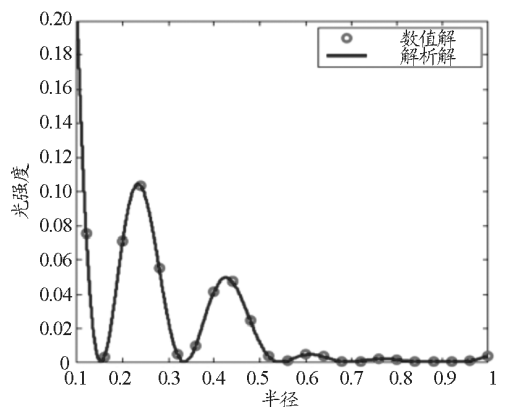
4 各参数对三圆环型达曼光栅衍射的影响及缺级

根据式(4)可以直接计算参数(γ, d)对衍射光强度的影响。在分析圆环型达曼光栅时, 以前的工作中多是给出了数值解^[2], 但是本文给出的式(4)是一个解析表达式, 将使对衍射光强的分析更加方便和具体。

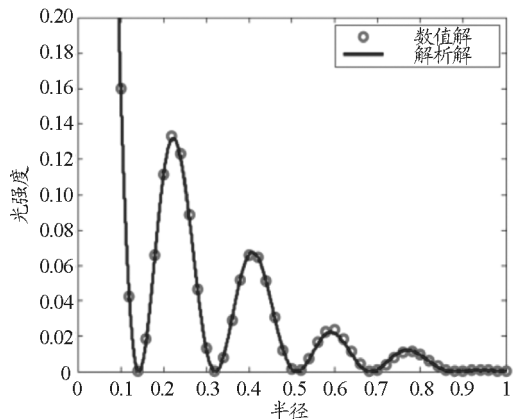
图2给出了归一化条件下不同 γ 与 d 值的光强分布。



(b) $\gamma=0.2, d=0.2$



(c) $\gamma=0.1, d=0.05$

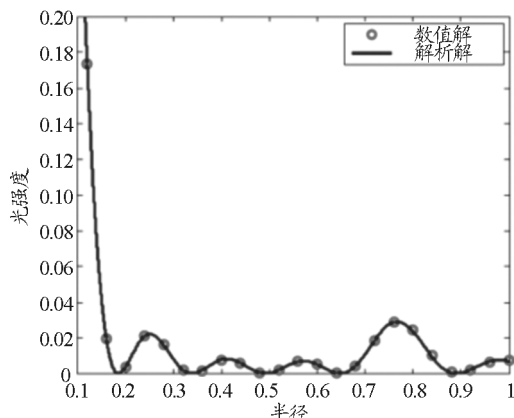


(d) $\gamma=0.1, d=0.1$

图2 半径方向上的衍射光强度随 γ 与 d 的变化情况

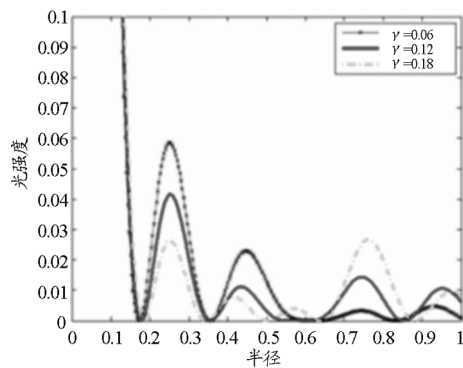
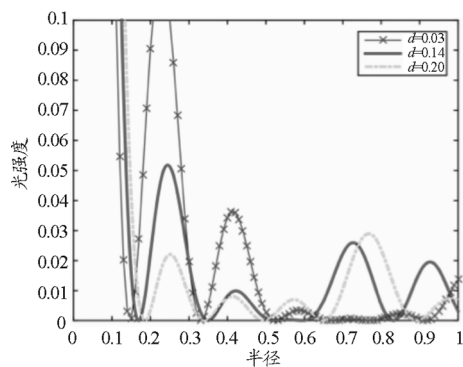
通过分析图像可看出, 随着 γ 的增大, 光能量逐渐向外分布, 即通过控制 γ 的大小, 可使光强分布达到所需要的衍射场分布; 随着缝宽 d 的增大, 能量集中到零级, 衍射效果逐渐减弱; 若缝宽 d 增大但同时 γ 减小, 则逐渐近似为一个圆孔衍射, 即此时主要能量将集中在零级, 这与圆孔衍射的结论是相同的。

由于衍射光强分布随着 d 与 γ 的变化而改变, 所以对适当的参数(γ, d), 可以出现在光强分布中的缺级现象。比如图3(a)是控制 d 不变, 通过改变 γ 得到的光强分布图。可以看出当 γ 为0.18时, 第3级



(a) $\gamma=0.1, d=0.2$

是一条亮环,而当 γ 变为0.12时,则在第3级为明显的缺级.而图3(b)为控制 γ 不变,通过改变缝宽 d 得到的光强分布图.可以看出,当 d 从0.03变化至0.2时,第3级衍射图案从亮环变化至缺级再变化为亮环,即在 $d=0.14$ 时第3级出现明显的缺级.

(a) d 不变, γ 变化(b) γ 不变, d 变化图3 参数 γ 与 d 变化时,显示缺级现象的衍射光强度图

5 结论

本文设计了一种三圆环型达曼光栅,得出了该三圆环型达曼光栅的衍射场公式,从而探究了三圆环型达曼光栅的衍射场随参数变化而重新分布的情况,并分析了其中的缺级现象.本文的解析公式和数值计算表明,圆环达曼光栅不仅可以使衍射光强重新分布,而且能在某些位置产生明显的缺级衍射现象,从而使学生对波动光学中光栅及光栅衍射有了更深入的认识.

参考文献

- 1 J. Turunen and F. Wyrowski, eds., Diffraction Optics for Industrial and Commercial Applications, Berlin: Akademie-Verlag, 1997:165 ~ 185
- 2 Zhou Changhe, Jia Jia, Liu Liren. Circular Damman grating. Optics Letters, 2003; 2174 ~ 2176
- 3 KBDoh, K Dobson, TC Poon, PS Chung. Optical image coding with a circular Damman grating. Applied Optics, 2009, 48(1):134
- 4 赵帅, 钟宝漩. 圆环达曼光栅. 激光与光电子学进展, 2007, 44(2):24 ~ 24
- 5 贾佳, 周常河, 刘立人. 圆环形达曼光栅. 激光与光电子学进展, 2003, 40(12):41 ~ 45
- 6 杨沁玉, 丁可, 陆爱江, 等. 大学物理中关于光的干涉、衍射及光栅教学问题的讨论. 物理通报, 2010(8):10 ~ 12

The Diffraction and Missing Order of Three Ring – shaped Damman Grating

Liu Zhiwei Fan Yi

(Yingcai Honor School, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731)

Wang Yingyuan

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731)

Wu Minghe Wu Shaoyi Teng Baohua

(School of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731)

Abstract: The ring diffraction is an important phenomenon in the design of optical devices. This paper discusses the ring – shaped Damman grating, which is an optical device using a number of circular diffraction. In this paper, a three – ring – shaped Damman grating is designed and the distribution of light intensity for the ring – shaped Damman grating is analyzed. Therefore a specific missing order of Damman grating is investigated.

Key words: ring – shaped Damman grating; diffraction; missing order