

对一道江苏高考题的深入思考与分析

廖香林

(四川省仪陇县复兴中学 四川 南充 637668)

摘要:采用假设法结合牛顿运动定律以及力学中的隔离法对一道高考题进行分析:力学方程的计算结果结合题干的条件不会出现物体从释放到整个运动过程中细线变松的情况,同时也不会出现物体与斜面分离的情况,另外也采用物理思维进行论证也是这样,文章中给出的变式通过理论分析则可能会出现这种情况.

关键词:加速度 牛顿第二定律 运动 静止释放瞬间 匀加速直线运动

1 试题回放

【题目】如图1所示,倾角为 α 的斜面A被固定在水平面上,细线的一端固定于墙面,另一端跨过斜面顶端的小滑轮与物块B相连,B静止在斜面上.滑轮左侧的细线水平,右侧的细线与斜面平行.A,B的质量均为 m .撤去固定A的装置后,A,B均做直线运动.不计一切摩擦,重力加速度为 g .求:

- (1) A固定不动时,A对B支持力的大小 N ;
- (2) A滑动的位移为 x 时,B的位移大小 s ;
- (3) A滑动的位移为 x 时的速度大小 v_A .

根据题意与所示的图形不得不让人思考这样两个问题:

(1) 物体从释放到整个运动的过程中细线是否都是存在拉力;

(2) 两物体从释放到整个运动的过程中是否会出现分离.

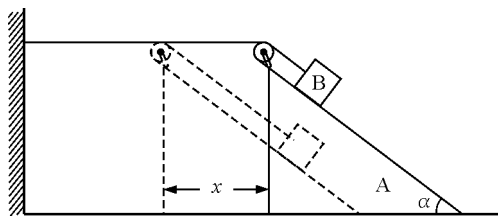


图1 题图

2 试题解析

2.1 假设法

分别选取A,B作为研究对象,先假设始终存在拉力以及支持力,对A与B进行受力分析如图2所示.

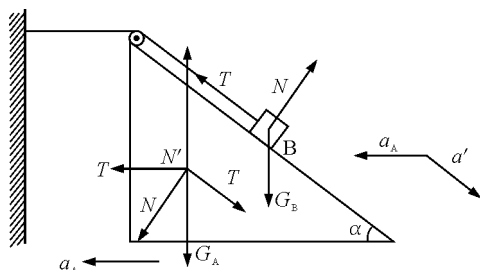


图2 受力分析

不妨设A向左运动的加速度为 a_A ,对于B物体我们根据题意可以认为B的运动一方面跟着A以加速度 a_A 向左加速运动,另一方面B相对于斜面A以加速度 a' 向下加速,因而B实际的加速度为两者合成,由力的分解与加速度分解合成并结合牛顿第二定律可得

$$\begin{cases} m_B g \sin \alpha - T = m_B (a' - a_A \cos \alpha) & (\text{对 B 沿斜面}) (1) \\ m_B g \cos \alpha - N = m_B a_A \sin \alpha & (\text{对 B 垂直于斜面}) (2) \\ T + N \sin \alpha - T \cos \alpha = m_A a_A & (\text{对 A}) (3) \end{cases}$$

由于假设始终存在拉力以及支持力故绳子长度不变,也即B沿斜面向下运动的距离等于A向左走的距离,所以有 $a_A = a'$,联立以上各式可得

$$\begin{cases} T = \frac{m_B g \sin \alpha [m_A + m_B (1 - \cos \alpha)]}{m_A + 2m_B (1 - \cos \alpha)} \\ N = \frac{m_B m_A g \cos \alpha - m_B^2 g (1 - \cos \alpha)^2}{m_A + 2m_B (1 - \cos \alpha)} \end{cases}$$

(1) 由上式不难看出拉力 T 始终大于零,(与斜面倾角 α 无关)所以自始至终绳子不会松,与假设相符合(这相当于是一个内部隐含条件,所以题干不需要交代)

(2) 但是 N 并不总是大于零,根据题中条件A和B质量相等,令 N 大于零,则有

$$\cos \alpha - (1 - \cos \alpha)^2 > 0$$

$$\text{得 } 0 < \alpha < \arccos \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

当角度 α 在这个范围内时两物体在运动的过程中不会出现分离, 题干中并未交代角度 α 的取值情况, 按道理来说题中应该交代角度 α 的取值情况, 不然本题就不够严谨, 但是本题说了 A, B 均做直线运动那就意味着 N 不能小于零, 因为一旦 N 小于零, B 就不能相对 A 做直线运动 (N 小于零则 A 和 B 一开始就分离, 但由于绳子长度不变, 绳子与斜面夹角将不断改变) 所以在本题题干叙述情况下本题是很严谨的, 并且可以求解。

2.2 物理方法

这道题给我们带来的思考是无限的, 我们刚刚分析那两个力不可能为零, 事先假设不为零再用方程求解来验证是否与假设矛盾, 但我们判断拉力大可不必要按上述求解, 可以用物理思维另解, 如图 3 先移走细线, A, B 在重力与相互作用力的情况下加速, 如果在运动的过程中 $a'_A > a''$, 则意味着 A 在相同的时间往左走的距离大于 B 沿斜面向下走的距离, 所以即便把绳子连接起来也是松的, 没有拉力, 所以在没有连接绳子的情况下如果 $a'_A < a''$, 则连接后绳子拉力必不为零. 此时不妨设 A 向左运动的加速度为 a'_A , 对于 B 物体我们可以认为 B 的运动一方面跟着 A 以加速度 a'_A 向左加速运动, 另一方面 B 相对于斜面 A 以加速度 a'' 向下加速, 因而 B 实际的加速度为两者合成, 由力的分解与加速度分解合成可得

$$\begin{cases} m_B g \sin \alpha = m_B (a'' - a'_A \cos \alpha) & (\text{对 B 沿斜面}) \\ m_B g \cos \alpha - N = m_B a'_A \sin \alpha & (\text{对 B 垂直于斜面}) \\ N \sin \alpha = m_A a'_A & (\text{对 A}) \end{cases}$$

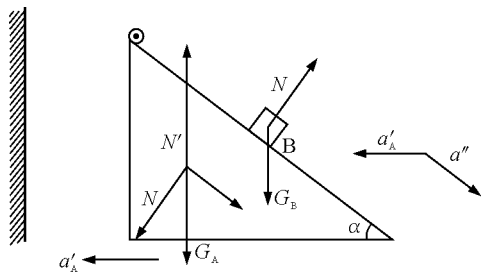


图3 移走细线

则有

$$a'_A = \frac{m_B g \sin \alpha \cos \alpha}{m_B \sin \alpha^2 + m_A}$$

$$a'' = \frac{(m_B + m_A) g \sin \alpha}{m_B \sin \alpha^2 + m_A} \quad (4)$$

可以看出 $a'_A < a''$

所以连接上绳子拉力必不为零, 与 1 中的结论一致。

2.3 变式

下面用 2 中的这个方法再来判断一个题, 如图 4 所示。

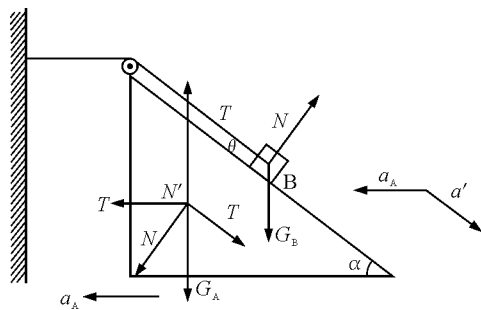


图4 变式

(1) 这道题跟上题的区别在于滑轮不在斜面顶端, 而通过一根轻杆固定在斜面上使细线不在与斜面平行, 已知 A 和 B 质量相等, 不计一切摩擦, 现在将物体与斜面静止释放, 释放瞬间细线与斜面夹角为 θ , 请通过计算判断当 θ 取何值时, 释放后瞬间细线并没有拉紧? (本题用此方法只能判断静止释放瞬间因为释放后每时每刻加速度都在改变, 而静止释放后瞬间可以近似认为都是做匀加速直线运动)。

(2) 分析由上面的理论可以得出只要在不连接绳子时 $a'_A > a'' \cos \theta$, 即便把绳子连接起来也是松的, 没有拉力, 由式(4)可得

$$a'_A \cos \theta = \frac{m_B g \sin \alpha \cos \alpha \cos \theta}{m_B \sin \alpha^2 + m_A} <$$

$$a'' = \frac{(m_B + m_A) g \sin \alpha}{m_B \sin \alpha^2 + m_A}$$

$$\text{解得 } 90 - \alpha > \theta > \arccos \frac{1}{2} \cos \alpha$$

3 总结

遇到一些试题时我们应多思考题中的条件以及题干是否具有科学严谨性, 即便是高考题我们更应该探究题干背后的隐含条件, 以及题干成立物理参数满足什么条件, 可以采用假设等方法来进行验证, 也可以采用物理方法验证, 同一种类型的习题题干变了, 可能结果就完全不一样, 总之我们要不断探究真理, 科学求实。