大学物理教学

浅议组合常数在原子物理计算中的应用

宋云鹏　张　春　杨宁选

（石河子大学理学院物理系　新疆 石河子　832000）

（收稿日期:2017 - 08 - 02）

摘　要:组合常数由基本物理常数优化组合而成,有明确的物理意义.本文分析了原子物理中组合常数的特点,阐述了组合常数法在原子物理定量估算和数值计算中的应用,总结了组合常数法使用原则与优点.

关键词:组合常数法　量纲分析　定量估算　数值计算

1　引言

物理学科在其发展历程中,当人们提出创造性的规律时,同时也提出了相应的标志性物理常数.国际科技数据委员会在 2006 年推荐的基本物理常数有 20 个[1,2],例如万有引力常数 G,波尔兹曼常数 k,光速 c,普朗克常数 h 等,这样的常数开创了它们各自的物理领域,具有普遍性.但是除了这 20 个基本物理常数外,物理常数还有另外一种形式,就是由基本物理常数优化组合而成的组合常数,这些组合常数总是严格地以相同的形式出现在物理定律和方程中,有简明的量纲和物理意义.

在严格的理论方法外,为了解决物理常数记忆、运算复杂等问题,傅里叶、高斯、麦克斯韦、雷诺、巴京汉等科学家提出并且总结了优化的组合常数和量纲分析,这对物理学运算做出了巨大贡献,特别是原子物理和量子力学的计算中,科学家运用这两种简单的运算方法使得原来一些繁复的物理运算推导变得极为简单、直观,使物理学的发展又上了一个新的台阶.

组合常数法是近年来人们提出的一种建立在量纲分析法基础之上的新型的物理学计算方法[3~7].它在具体的使用过程中,把各物理领域的标志性物理常数和重要的物理量进行组合与优化,寻求以物理常数为基础的较为简捷地获得数量结果的方法.如果在分析各种物理问题数量结果时,能选取恰当的组合常数并正确地使用它们,不仅能使问题的分析简便、快捷,而且各个物理量间的关系也非常清楚.

2　原子物理中的组合常数

原子物理中的基本常数有电子静止质量 m_e,电子电荷量 e,光速 c,真空介电常数 ε_0,普朗克常数 h 与 $\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$.

原子物理中有 3 个最基本的组合常数,它们分别是

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}=1.44\ \mathrm{fm\cdot MeV}=1.44\ \mathrm{nm\cdot eV} \tag{1}$$

$$\hbar c=197\ \mathrm{fm\cdot MeV}=197\ \mathrm{nm\cdot eV} \tag{2}$$

$$hc=1\ 240\ \mathrm{fm\cdot MeV}=1.24\ \mathrm{nm\cdot keV}$$

$$m_e c^2=0.511\ \mathrm{MeV}=511\ \mathrm{keV} \tag{3}$$

由 e,c,ε_0 和 h 与 $\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$ 可组成一些复合量,如精细结构常数

$$\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\approx\frac{1}{137}$$

玻尔半径

$$a_0=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}\approx 0.052\ 9\ \mathrm{nm}$$

玻尔磁子

通讯作者:张春(1981 - 　),男,讲师,主要从事物理教学科研工作.

$$\mu_B = \frac{\hbar e}{2m_e} = 0.927 \times 10^{-23}\ \mathrm{A \cdot m^2}$$

在原子物理中还有常见的组合常数有

$$hcR_\infty = 13.6\ \mathrm{eV}$$

$$\frac{e\hbar}{2me} = 5.79 \times 10^{-5}\ \mathrm{eV \cdot T^{-1}}$$

$$\frac{e}{4\pi me} = 14\ \mathrm{GHzT^{-1}}$$

$$\frac{e}{4\pi m_e c} = 0.467\ \mathrm{cm^{-1}T^{-1}}$$

在原子物理学中使用组合常数，可使计算变得简单快捷，给计算带来了极大地方便.

3　使用组合常数的原则

(1) 找出与研究量相关的基本常数和组合常数；

(2) 进行物理分析，一个问题往往有多个物理量与其相关，必须理清各个物理量间的关系；

(3) 量纲分析；

(4) 做出相应的条件补充，如相关的实验数据或是模型以及对数学数据进行物理修正.

4　组合常数在原子物理计算中的应用

4.1　定性分析方面的应用

在原子物理中，为了对原子有一个基本的感性认识，可以利用组合常数定量估算出反映氢原子结构及运动的一些特征量[8]，比如：

氢原子第一轨道玻尔半径

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = \frac{\hbar^2 c^2}{(e^2/4\pi\varepsilon_0) m_e c^2} \approx 0.053\ \mathrm{nm}$$

氢原子可能的轨道半径是 $r_n = n^2 a_0$，这说明氢原子电子轨道半径是量子化的.

第一玻尔半径上运动的速度

$$v_1 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} c = \alpha \cdot c$$

$$\left(\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 c} \approx \frac{1}{137}\right)$$

电子轨道运动的速度

$$v_n = \frac{1}{n}\alpha \cdot c$$

氢原子的最大速度约为光速的 $\frac{1}{137}$，说明用非相对论近似研究原子中的电子运动是可行的.

氢原子的基态能量

$$E_1 = -\frac{me^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2} = -13.6\ \mathrm{eV}$$

氢原子的能级为

$$E_n = -\frac{me^4}{2(4\pi\varepsilon_0)^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2}E_1$$

氢原子中的能量只能取一系列分立的值，即氢原子中能量是量子化的.

氢原子的里德伯常数

$$R_H = \frac{2\pi^2 me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 h^3 c} = 1.097\ 373\ 1 \times 10^7\ \mathrm{m^{-1}}$$

氢原子的能级公式

$$\tilde{\nu} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

此外把原子放在外磁场中，原子受磁场作用而旋进引起附加能量

$$\Delta E = MgB\ \frac{he}{4\pi m} = MgB\mu_B$$

$$\left(\mu_B = \frac{\hbar e}{2m_e} = 0.927 \times 10^{-23}\ \mathrm{A \cdot m^2}\right)$$

$$-\Delta T = \frac{\Delta E}{hc} = MgB\ \frac{e}{4\pi mc} = MgL$$

$$\left(L = \frac{Be}{4\pi mc}\right)$$

综上所述，可以看出，使用组合常数方法就能很快地得到氢原子玻尔理论的的全部量子化表达式，这些结果之间关系十分清晰、明确. 利用组合常数方法作定量估算分析，能加强学生感性认识，加深对原子物理学内容的理解，体现了组合常数方法的优越性.

4.2　定量数值计算方面的应用

在原子物理中使用组合常数的实例还有很多，如碱金属精细结构裂距的计算，宏观物体和微观粒子德布罗意波长的估算、康普顿波长估算等，现以实例分析如下.

【例 1】 试由氢原子的里德伯常数计算基态氢原子的电离电势和第一激发电势.

解： 电离能为 $E_i = E_\infty - E_1$，把氢原子的能级公式 $E_n = -\frac{Rhc}{n^2}$ 代入，得

$$E_i = R_H hc\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty}\right) = Rhc = 13.60\ \text{eV}$$

电离电势

$$v_i = \frac{E_i}{e} = 13.60\ \text{V}$$

第一激发电势是将电子从 $n=1$ 能级激发到 $n=2$ 的能级上所需要的能量，即

$$E_1 = R_H hc\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}Rhc =$$

$$\frac{3}{4} \times 13.60\ \text{eV} = 10.20\ \text{eV}$$

第一激发电势

$$v_i = \frac{E_1}{e} = 10.20\ \text{eV}$$

【**例 2**】试估算一次电离的氦离子 He^+，二次电离的锂离子 Li^{++} 的第一玻尔轨道半径、电离电势、第一激发电势和赖曼系第一条谱线波长与氢原子上述物理量之比值.

解：估算是不需考虑原子核运动产生的影响.

(1) 氢原子和类氢离子的轨道半径

$$r = \frac{4\pi\varepsilon_0 h^2 n^2}{4\pi^2 mZe} = a_0\ \frac{n^2}{Z}, n = 1, 2, 3, \cdots$$

其中 a_0 是氢原子的第一玻尔轨道半径. 对于 H，$Z=1$；对于 He^+，$Z=2$；对于 Li^{++}，$Z=3$；则

第一玻尔轨道半径之比

$$\frac{r_{He^+}}{r_H} = \frac{Z_H}{Z_{He^+}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{r_{Li^{++}}}{r_H} = \frac{Z_H}{Z_{Li^{++}}} = \frac{1}{3}$$

(2) 氢原子和类氢离子的能量公式

$$E = -\frac{2\pi^2 me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 h^2}\ \frac{Z^2}{n^2} = E_1\ \frac{Z^2}{n^2}, n = 1, 2, 3, \cdots$$

电离能之比

$$\frac{0 - E_{He^+}}{0 - E_H} = \frac{Z^2_{He^+}}{Z^2_H} = 4$$

$$\frac{0 - E_{Li^{++}}}{0 - E_H} = \frac{Z^2_{Li^{++}}}{Z^2_H} = 9$$

(3) 第一激发能之比

$$\frac{E^2_{He} - E^1_{He}}{E^2_H - E^1_H} = \frac{E_1\ \frac{2^2}{2^2} - E_1\ \frac{2^2}{1^2}}{E_1\ \frac{1^2}{2^2} - E_1\ \frac{1^2}{1^2}} = 4$$

$$\frac{E^2_{Li} - E^1_{Li}}{E^2_H - E^1_H} = \frac{E_1\ \frac{3^2}{2^2} - E_1\ \frac{3^2}{1^2}}{E_1\ \frac{1^2}{2^2} - E_1\ \frac{1^2}{1^2}} = 9$$

(4) 氢原子和类氢离子的赖曼系第一条谱线的波数为

$$\tilde{\nu} = Z^2 R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{1}{\lambda}$$

波长之比

$$\frac{\lambda^1_{He^+}}{\lambda^1_H} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\lambda^1_{Li^{++}}}{\lambda^1_H} = \frac{1}{9}$$

5　小结

组合常数法在原子物理定量估算和数值计算中，可以直接给出所需的数值结果，使计算过程变得简单、准确、快速，显示了组合常数方法的优越性. 组合常数可以反映物理量的内涵和本质，可以直接看清各物理量之间的关系，真正显示出问题的物理意义. 组合常数法是给出了原子物理中研究问题的新途径，对学生思维能力和创造能力的培养，非常有意义.

参 考 文 献

1　卢森锴，郭奕玲，沈慧君. 2006 年基本物理常数国际推荐值. 物理，2008(3)：183 ～ 191

2　张钟华. 基本物理常数的最新数值. 物理通报，2001(10)：1 ～ 4

3　宋文福，高丽丽，秦显荣. 物理学中的组合常数方法. 大庆石油学院学报，2004，28(6)：63 ～ 65

4　彭双艳. 原子物理学中的组合常数应用. 毕节学院学报，2009，27(8)：57 ～ 61

5　王宏. 在原子物理学中巧用精细结构常数. 遵义师范学院学报，2010，12(3)：71 ～ 72

6　杨建平. 组合常数的物理意义探讨. 武汉科技学院学报，2004，17(8)：49 ～ 53

7　高丽丽，宋文福，何训. 组合常数方法在原子物理学中的应用. 通化师范学院学报，2004，25(10)：40 ～ 42

8　褚圣麟. 原子物理学. 北京：高等教育出版社，1979. 22 ～ 62

小球在粗糙斜面上的一般运动

吴　洵

(鄱阳中学　江西 上饶　333100)

黄亦斌

(江西师范大学物理与电子通信学院　江西 南昌　330022)

(收稿日期:2017-07-24)

摘　要:粗糙斜面上的小球通常只考虑其沿最斜方向上的平面平行运动,本文将其推广,研究小球在斜面上时其质心的一般二维运动(球体本身作三维转动).研究表明,系统(斜面与小球)存在一个参数 λ,它对小球的运动(无滑还是有滑滚动)有决定作用.无滑滚动时的一般轨迹是抛物线,而有滑滚动时的一般情形则要更复杂,本文给出了其理论分析和质心运动轨迹图,分析了一些特殊情形.还指出了一些易混淆之处,如,摩擦力的方向与轨道的切向无直接关系,小球沿最斜方向运动时并不一定做平面平行运动.

关键词:无滑滚动　有滑滚动　平面平行运动

物体在粗糙斜面上的运动是一种常见的讨论内容.如果物体是滑块,那么它将受到滑动摩擦力;如果是小球,那么摩擦力既可能是滑动摩擦力,也可能是静摩擦力,从而可讨论的内容较为丰富.但针对小球的讨论几乎都是在平面平行运动(在斜面内沿“最斜”方向的一维运动)范围内进行,鲜见针对斜面内二维运动的讨论.本文就此做一般论述.

首先假定:

(1) 小球的质量分布是球对称的,绕质心轴的转动惯量为 $I=kmR^2$,其中 k 为无量纲的常数(决定于小球的质量分布状况),m 为小球质量,R 为其半径;

(2) 忽略静摩擦系数与滑动摩擦系数的差别,设它们都是 μ;

(3) 小球在斜面上没有蹦跳,一直紧贴斜面.

A Brief Discussion on the Application on Combination Constant in Atomic Physics Calculation

Song Yunpeng　Zhang Chun　Yang Ningxuan

(Department of Physics, College of Science, Shihezi University, Shihezi, Xinjiang　832003)

Abstract: Combined constants is constituted by the fundamental physical constants, have clear physical significance. The paper analyses the characteristics of combined constants in atomic physics, and expounds the application method of combined constants in dimension analysis and quantitative estimation, and sums up the basic principle of applying the method of combined constants in atomic physics.

Key words: the combined constant method; dimension analysis; quantitative estimation; numerical calculation