

# 高中物理题中的暂态分析

冯伟庭

(北京市第一六六中学 北京 100006)

(收稿日期:2017-09-05)

**摘要:**以一道常见的高中物理题为切入点,通过过程分析阐述了暂态过程的特征,并与电路合上开关的过程类比.通过对这道题的讨论,厘清了中学物理中“暂态”的概念.

**关键词:**暂态分析题 暂态过程 临界点

## 1 前言

暂态分析题是中学物理中的常见题型,通常只作几个临界点讨论.但对于“暂态”的确切含义,囿于中学物理的知识体系常常不做讨论,大多数中学生对于“暂态”的理解也是模糊的.本文从一道常见的高中物理暂态分析题出发,给出了其中暂态的过程分析,并与电路中的暂态过程对比,表明了暂态过程具有一般性.

## 2 问题背景

一道常见的高中物理题如下:

竖直放置的光滑 U 形导轨宽  $L=0.5\text{ m}$ ,电阻不计,置于很大的磁感应强度  $B$  为  $1\text{ T}$  的均匀磁场中,磁场垂直于导轨平面,如图 1 所示,质量  $m$  为  $10\text{ g}$ ,电阻  $R$  为  $1\ \Omega$  的金属杆  $PQ$  无初速度释放后,紧贴光滑导轨下滑(始终能处于水平位置).问: $PQ$  在下落中达到的最大速度  $v_m$  多大?

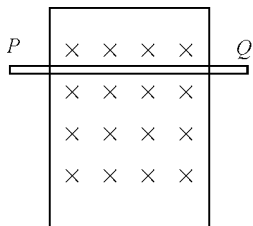


图 1 题图

## 3 高中物理暂态解法

高中物理的常见解法是通过  $PQ$  在受力达到平衡时达到最大速度来解.由于安培力等于重力时  $PQ$  速度最大,即

$$\frac{B^2 L^2 v_m}{R} = mg \quad (1)$$

$$v_m = \frac{mgR}{B^2 L^2}$$

代入数据得

$$v_m = 0.4\text{ m/s} \quad (2)$$

因此  $PQ$  在下落中达到的最大速度为  $0.4\text{ m/s}$ .

## 4 过程分析

我们现在来分析  $PQ$  下落的整个过程.对于金属杆  $PQ$ ,其动力学方程为

$$m \frac{dv}{dt} = mg - m \frac{B^2 L^2 v}{mR} \quad (3)$$

这是一阶自洽微分方程,可解出

$$t = \int_0^{v_t} \frac{dv}{g - \frac{B^2 L^2}{mR} v} = -\frac{mR}{B^2 L^2} \cdot \left( \ln \left| g - \frac{B^2 L^2}{mR} v \right| - \ln g \right) \quad (4)$$

反解可得到

$$v = \frac{mgR}{B^2 L^2} (1 - e^{-\frac{B^2 L^2}{mR} t}) \quad (5)$$

$$\text{令 } \tau = \frac{mR}{B^2 L^2}. \text{ 当 } v_0 = 0 < g\tau \text{ 时}$$

$$v = g\tau (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = v_m (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) < v_m \quad (6)$$

对比式(2),可发现式(6)中的  $v_m = \frac{mgR}{B^2 L^2}$  为高中常规解法中求得的最大速度.如图 2 所示,这个过程的最大速度  $v_m$  的意义为金属棒  $PQ$  所能达到的极限速度.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v = \lim_{t \rightarrow \infty} v_m (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) =$$

# 短文荟萃

## 从几道例题中关于电流表读数的思考

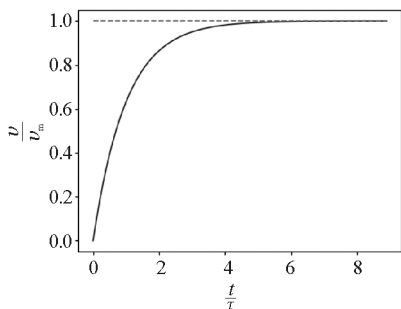
张绍虎

(武汉市黄陂区第一中学 湖北 武汉 430300)

(收稿日期:2017-07-11)

电学是物理学中的重要组成部分,恒定电流、电学实验一直是高中学生电学实验考查的重点,也是高考中理科综合考试中的难点.能否在考试中取得较好成绩,对电学实验的重视很关键,一是要做好学生分组实验和演示实验,二是要做好电学实验的归纳和分析,笔者就其中电流表读数中的一些思考与分析与大家讨论.

$$v_m = \frac{mgR}{B^2L^2} = 0.4 \text{ m/s} \quad (7)$$



$\tau$  为特征时间,虚线标出了  $v = v_m$

图2 暂态过程中速度随时间的变化

当  $t = \tau$  时,  $v = 0.632v_m$ . 可以认为  $\tau = \frac{mR}{B^2L^2}$  为

特征时间. 当  $t = 5\tau$  时,  $v = 0.993v_m$ , 此时金属棒的速度非常接近用暂态分析法得到的最大速度  $v_m = 0.4 \text{ m/s}$  了. 在这个过程中, 由于重力加速度  $g$  为常数, 所以  $v_m$  仅与特征时间有关, 值等于金属棒做特征时间的自由落体运动后所达到的速度. 在本题中, 特征时间  $\tau = \frac{mR}{B^2L^2} = 0.04 \text{ s}$ .

### 5 与电路中暂态过程的比较

在中学物理中, 对电路的分析通常基于欧姆定律. 在一个包含电源  $E$ 、开关、导线和电阻  $R$  的电路中, 合上开关, 电路中的电流瞬间增大至  $I_m = \frac{E}{R}$ . 但

(1) 笔者看到资料中一些关于电流表读数不一致的地方, 电流表在高中测电流用得较多的是  $0 \sim 0.6 \text{ A}$  和  $0 \sim 3 \text{ A}$  的直流电流表, 对于  $0 \sim 3 \text{ A}$  的量程是分为  $0 \sim 1 \sim 2 \sim 3 \text{ A}$ ,  $0 \sim 1 \text{ A}$  分成 10 等分, 每一小格为  $0.1 \text{ A}$ , 在读数时, 可按  $\frac{1}{10}$  估读原则读数, 即读到  $0.1$  几安. 而对于  $0 \sim 0.6 \text{ A}$  量程是分成  $0 \sim 0.2 \sim 0.4 \sim 0.6 \text{ A}$ ,  $0 \sim 0.2 \text{ A}$  分成了 10 等份, 每一小格  $0.02 \text{ A}$ , 而这个量程在实验测量中用得较多, 具体怎么读, 怎么读数比较准确? 笔者看了有些书上给出了其读法: 如《物理实验报告 第三册(必修加选修)》第 43 页, 附表物理量的直接测量, 表中, 物理量: 电流, 中学常用的测量工具: 电流表 ( $0.6 \text{ A}$  或  $3 \text{ A}$ ), 准确度(最小分度值):  $0.02 \text{ A}$  或  $0.1 \text{ A}$ , 说明: 可进行  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{10}$  估读. 给出了读法.

实际的电路中都会具有一定的电感  $L$ , 接通电源后, 反方向的感应电动势会阻碍电流增加. 也就是说, 从接通电源开始, 电流只能从零逐渐增加而不能突变.  $LR$  电路满足初始电流为零的解为<sup>[1]</sup>

$$i = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_m(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) < I_m \quad (8)$$

可以看出式(8)与式(6)具有相似的形式, 这是由于  $LR$  电路中电流的微分方程与上题中金属棒的运动所满足的动力学方程具有相似的形式. 初值为零的  $LR$  电路的解表明, 实际的电路中合上开关后电流的变化不是突变, 也是一个暂态过程. 特征时间  $\tau = \frac{L}{R}$ , 电路中  $t \rightarrow \infty$  时电流的极限为根据欧姆定律

所计算出的恒定电流  $I_m = \frac{E}{R}$ .

### 6 结论

中学物理中常见的暂态分析题中, 经常需要计算的最大值的意义往往是某物理量在  $t \rightarrow \infty$  时的极限值. 一个实际电路合上开关的过程就是一个典型的暂态过程, 而通过欧姆定律计算的恒定电流也是暂态过程的极限电流. 这些暂态过程的解具有相似的形式, 因为其满足的微分方程形式类似.

### 参考文献

- 赵凯华, 陈熙谋. 新概念物理教程 电磁学. 北京: 高等教育出版社, 2006