



浅谈微小物理量近似求解的方法

——对浙江省2016年物理选考第23题第(3)问的分析探讨

沈 卫

(湖州市菱湖中学 浙江 湖州 313018)

(收稿日期:2017-10-06)

摘 要:通过对浙江省2016年10月物理选考第23题第(3)问及其参考答案进行分析探讨,从微小物理量常用求解方式——图像法求解的角度,对每秒钟打到探测板上离子总动量的计算过程予以分析说明,完善参考答案中关于探测板所受作用力的计算。

关键词:微小物理量 物理选考 图像面积

浙江省2016年物理选考第23题的第(3)问是一个典型的微小物理量计算问题,其最后一问描述出了每秒打到探测板上每个位置离子的动量均不同,但呈现线性变化的问题,然而在具体给出的参考答案中却把计算过程极尽精简化,没有体现出这一特点,使不少考生颇为疑惑,本文将从图像面积求解这个角度来对线性变化的离子动量计算给出分析论证。

1 浙江省2016年物理选考第23题真题以及参考答案

【题目】如图1所示,在 x 轴的上方存在垂直纸面向里,磁感应强度大小为 B_0 的匀强磁场.位于 x 轴的下方离子源 C 发射质量为 m ,电荷量为 q 的一束负离子,其初速度大小范围 $0 \sim \sqrt{3}v_0$,这束离子经电势差 $U = \frac{mv_0^2}{2q}$ 的电场加速后,从小孔 O (坐标原点)垂直 x 轴并垂直磁场射入磁场区域,最后打到 x 轴上.在 x 轴上 $2a \sim 3a$ 区间水平固定放置一探测板($a = \frac{mv_0}{qB_0}$),假设每秒射入磁场的离子总数为 N_0 ,打到 x 轴上的离子数均匀分布(离子重力不计).

(1) 求离子束从小孔 O 射入磁场后打到 x 轴上的区间;

(2) 调整磁感应强度的大小,可使速度最大的离子恰好打在探测板右端,求此时的磁感应强度大小 B_1 ;

(3) 保持磁感应强度 B_1 不变,求每秒打在探测板上的离子数 N ,若打在板上的离子80%被吸收,20%被反向弹回,弹回速度大小为打板前速度大小的0.6倍,求探测板受到的作用力大小。

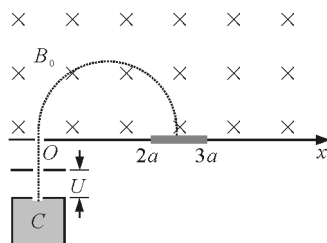


图1 题图

参考答案:(1) 根据动能定理,可得

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

由

$$v = \sqrt{v_1^2 + \frac{2qU}{m}}$$

可得

$$v_0 \leq v \leq 2v_0$$

离子在磁场中运动

$$qvB_0 = \frac{mv^2}{R} \quad R = \frac{mv}{qB_0}$$

离子打在 x 轴上的坐标表达式为

$$x = 2R = \frac{2mv}{qB_0}$$

代入数据得

$$2a \leq x \leq 4a$$

(2) 当速度最大的离子打在探测板右端

$$3a = 2R_1 \quad R_1 = \frac{2mv_0}{qB_1} \quad B_1 = \frac{4}{3}B_0$$

(3) 离子束能打到探测板的实际范围为

$$2a \leq x \leq 3a$$

对应的速度范围为

$$\frac{4}{3}v_0 \leq v' \leq 2v_0$$

每秒打在探测板上的离子数为

$$N = N_0 \frac{2v_0 - \frac{4}{3}v_0}{2v_0 - v_0} = \frac{2}{3}N_0$$

由动量定理, 吸收的离子受到板的作用力大小

$$F_{\text{吸}} = \frac{\Delta p_{\text{吸}}}{\Delta t} = \frac{0.8N}{2} \left(2mv_0 + \frac{4}{3}mv_0 \right) = \frac{8N_0 mv_0}{9}$$

反弹的离子受到板的作用力大小

$$F_{\text{反}} = \frac{\Delta p_{\text{反}}}{\Delta t} = \frac{0.2N}{2} \left[2m(v_0 + 0.6v_0) + \frac{4}{3}m(v_0 + 0.6v_0) \right] = \frac{16N_0 mv_0}{45}$$

根据牛顿第三定律, 探测板受到的作用力大小

$$F = \frac{56}{45}N_0 mv_0$$

2 对于选考 23 题第 (3) 问“探测板受力”的分析探讨

显然, 参考答案对于每秒打到探测板上离子的动量随着位置呈现线性变化的数学关系没有加以说明, 因此表达式“ $\frac{\Delta p}{\Delta t} = Nm \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3}v_0 + 2v_0 \right)$ ”无疑比较突兀, 而且多数考生对于解答过程也多有疑惑. 中学阶段对于物理量呈线性变化的问题, 往往采用无限分割、小量近似、化变为恒的方法.

把探测板分成无穷多的小段 Δx , 每小段都足够的小, 那么可以认为打到每小段 Δx 上的离子速度是相同的. 再任意取一个小段 Δx , 设为 A 点, 令离子

进入磁场的位置 O 到 A 的距离为 x , 得到如图 2 所示的示意图.

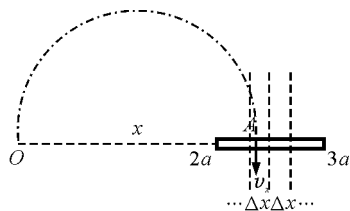


图 2 离子在磁场中做匀速圆周运动的示意图

x 的取值范围为 $2a \sim 3a$, 且有打到 A 点的离子速度 v_x 满足

$$qv_x B_1 = m \frac{v_x^2}{\frac{x}{2}}$$

即有

$$v_x = \frac{qB_1 x}{2m}$$

因此可认为探测板上 A 点所在处 Δx 范围内的离子速度相同, 且在 Δx 范围内每秒打到板上的离子数目

$$N_x = \frac{N}{a} \Delta x$$

则在这个长度微元 Δx 范围内, 打到探测板上离子的动量为

$$\Delta p_x = N_x m v_x = \frac{NqB_1 x \Delta x}{2a}$$

如此可将探测板上每个长度微元中离子的动量表示出来, 再进行累加, 便可获得每秒钟内打到板上离子的总动量

$$p_{\text{总}} = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3 + \cdots = \frac{NqB_1 x_1}{2a} \Delta x + \frac{NqB_1 x_2}{2a} \Delta x + \frac{NqB_1 x_3}{2a} \Delta x + \cdots$$

令

$$y = \frac{NqB_1 x}{2a}$$

可见 y 与 x 成正比, 其中 x 的取值范围为 $2a \sim 3a$, 因此 y 的取值范围就是 $NqB_1 \sim \frac{3NqB_1}{2}$. 又由于

$$B_1 = \frac{4}{3}B_0 \quad a = \frac{mv_0}{qB_0}$$

所以 y 的取值范围就是

$$\frac{4Nm v_0}{3a} \sim \frac{2Nm v_0}{a}$$

(下转第 122 页)

- 究, 2006(3):56~62
- 7 《数码摄影》编辑部. 便捷式数码相机专业级. 数码摄影, 2017(1): 146
- 8 杨波, 王俊渊. 大画幅来袭 索尼 RX100&. 佳能 PowerShot G1X. 移动信息, 2012(9): 46~52
- 9 高清上位——松下 HDC-SD5 成就全高清 AVCHD 摄像机的普及. 新潮电子, 2007(12): 127~129
- 10 胡兴军. 高像素数码摄像机. 照相机, 2006(1): 58~62
- 11 尚洋, 陆宏伟, 于起峰. 扫描仪精确标定与基于扫描图像的精密测量. 实验力学, 2003, 18(2):221~228
- 12 彩色激光打印机 惠普 Color Laserjet1600. 新电脑, 2006(12): 89
- 13 文字识别:原理、方法和实践. 北京: 清华大学出版社, 2017

Experimental Design and Teaching about the Acquisition and Processing of Digital Image

Sun Jiang Li Xu

(College of Physics Science & Technology, Hebei University, Baoding, Hebei 071002)

Sun Juan

(School of Computer Science & Technology, Hebei University, Baoding, Hebei 071002)

Wang Chunsheng

(College of Physics Science & Technology, Hebei University, Baoding, Hebei 071002)

Abstract: In this paper, the concrete design and teaching methods are introduced. Firstly, the students are guided to gather image using digital camera, digital video and scanner. And then, the collected images, video recording and scan documents are retouched, edited and recorded etc. Finally, the treated images are saved, printed and burned to CD. In a word, the students can grasp the common acquisition and processing method of digital image.

Key words: digital image; information processing; storing of information

(上接第 113 页)

故可作 y 与 x 的正比函数关系图如图 3 所示.

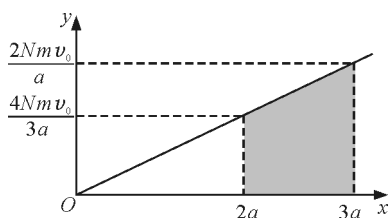


图 3 y 与 x 的正比函数关系图

由总动量 $p_{\text{总}}$ 的累加计算公式与 $y-x$ 图像, 不难发现, $y-x$ 图像中正比例图线与两个坐标轴在 x 轴的 $2a \sim 3a$ 范围内所围梯形(阴影部分)的面积即为单位时间内打到探测板上离子的总动量 $p_{\text{总}}$.

每秒打到板上离子的总动量

$$p_{\text{总}} = \frac{1}{2} \left(\frac{4Nm v_0}{3a} + \frac{2Nm v_0}{a} \right) a =$$

$$\frac{N}{2} m \left(\frac{4}{3} v_0 + 2v_0 \right)$$

再根据题目条件与动量定理可求得探测板受到的作用力

$$F = \frac{56}{45} N_0 m v_0$$

3 结束语

通过将探测板分解为一个个长度微元, 把呈线性变化的物理过程经过细分成为一个个恒定不变的过程, 化变为恒, 在这里所体现出的无限分割思想使原本复杂的过程变得简单而直观. 将这一系列的小过程进行累加求和, 让小量求和的过程以直观的图像面积计算呈现出来, 使这种极限求和得以用考生所熟知的数学方法解决, 从而帮助考生正确认识与理解解决物理问题的有效手段与途径.