

直线运动中追及相遇问题四法评析

—— 用"一题多解"构建"共享式"物理课堂示例

刘宗涛

(南京师范大学附属中学江宁分校 江苏 南京 211102) (收稿日期:2017-10-16)

摘 要:讨论直线追及相遇问题的情形,展示学生对于直线运动中追及相遇问题的4种解法,并评析4种解法后的物理思想方法,实践"共享式"物理课堂.

关键词:追及相遇 函数法 临界法 图像法 转换参考系 共享式

高中物理中追及相遇问题实质是两体的空间 相对位置随时间变化的问题.其中,直线追及相遇问 题是运动学中的基础问题,学生通常会出现一题多 解,以下对此类问题做分析讨论,并根据课堂实施情 况做评析.

1 情况分析

不考虑一个物体往复运动,高中可定量计算讨论的有3种直线运动,即匀速直线运动、匀加速直线运动和匀减速直线运动。两体追及相遇问题会出现 $(C_3^1)^2=9$ 种情况,除了两个匀速直线运动之间的追及相遇问题,还有后方物体一定能追上前方物体3种情形,不一定能追上前方物体5种情形,不一定能追上前方物体5种情形,不一定能追上前方物体5种情形可以分为相遇一次和两次的情况,不能相遇通常还需要讨论最近距离和最远距离),具体如表1所示.

表 1 两体追及问题的各种情况

| 前物运动 | 后物运动 | 能否相遇 | 相遇次数 |
|-------|-------|------|----------|
| 匀速直线 | 匀速直线 | 可以 | 1 次 |
| 匀减速直线 | 匀速直线 | 一定可以 | 1 次 |
| 匀速直线 | 匀加速直线 | 一定可以 | 1 次 |
| 匀减速直线 | 匀加速直线 | 一定可以 | 1 次 |
| 匀加速直线 | 匀加速直线 | 不一定 | 0次、1次或2次 |
| 匀加速直线 | 匀减速直线 | 不一定 | 0次、1次或2次 |
| 匀减速直线 | 匀减速直线 | 不一定 | 0次、1次或2次 |
| 匀加速直线 | 匀速直线 | 不一定 | 0次、1次或2次 |
| 匀速直线 | 匀减速直线 | 不一定 | 0次、1次或2次 |

2 教学实施策略

在实际教学实践中,学生会呈现出 4 种方法——函数法、临界法、图像法和转换参考系法.课堂上,教师作为"导演",让学生以"罗生门"的形式(源于黑泽明导演的《罗生门》,意思是"从多种角度把握一个事实")^[1],各自呈现解法,在一题多解中演绎各自对运动学概念和规律的理解,教师精当评析,从而拼出整个运动学思想方法,学生参与表达,互相争鸣,效果很好,追及相遇问题一题多解非常适宜构建一种"共享"式物理课堂^[2].

3 四法评析

追及相遇问题很多,下面以一道典型问题分别 例证并评析之.

【例题】在一条平直的公路上,甲车在前以 54 km/h 的速度匀速行驶,乙车在后以 90 km/h 的速度同向行驶.某时刻两车司机同时听到前方有事故发生的警笛提示,同时开始刹车.已知甲、乙两车与路面的动摩擦因数分别是 $\mu_1=0.05$ 和 $\mu_2=0.1$,g 取 10 m/s².请问:

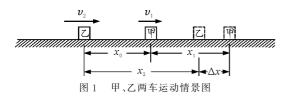
- (1) 若两车恰好不相碰,则两车刹车所用时间 是多少?
- (2) 若想避免事故发生, 开始刹车时两辆车的最小间距是多少?

本题是一道典型的追及相遇问题,情境也比较容易建立,为了方便叙述,先求出两车刹车过程中加速度大小分别是: $a_1 = \mu_1 g = 0.5 \text{ m/s}^2$, $a_2 = \mu_2 g = 1$

 m/s^2 ,另外由题知 $v_1 = 15$ m/s, $v_2 = 25$ m/s. 下面就 学生出现的 4 种常见解法进行点评.

3.1 函数法

假设甲、乙两车的距离为 x_0 ,画出运动情景图如图 1 所示.



设两车开始刹车后经过时间t两车的距离为 Δx ,则

$$\Delta x = x_1 + x_0 - x_2 \tag{1}$$

其中

$$x_2 = v_2 t + \frac{1}{2} (-a_2) t^2$$
 (2)

$$x_1 = v_1 t + \frac{1}{2} (-a_1) t^2 \tag{3}$$

联立式(1)、(2)、(3) 并代人数据,建立两车距离与时间的函数关系

$$\Delta x = -10t + \frac{1}{4}t^2 - x_0$$

由于只有一次相遇, $\Delta x=0$,时间只有一个解, 也就是: $\Delta=100-4\times\frac{1}{4}x_0=0$,得到最小距离为

$$x_0 = 100 \text{ m}$$

代入 $\Delta x = 0$ 可得

$$t = 20 \text{ s}$$

教师评析:此法首先需画出情景图,建立位移关系,难度在于建立函数关系,并对函数进行讨论,熟练掌握二次函数根的分布情况,判别式与实际物理意义要相对应. (1) $\Delta > 0$ 时,可能有两次相遇(根据求解出来的时间进行验证);(2) $\Delta = 0$ 时刚好有一次相遇;(3) $\Delta < 0$ 时,不会相遇.本质是把较难的物理问题降解到数学上来.

3.2 临界法

得

后车靠近前车的过程中,当后车的速度等于前车的速度时,两车距离最近,求出两车达到共同速度需要的时间.由运动学公式可得

$$v_2 - a_2 t = v_1 - a_1 t$$
$$t = 20 \text{ s}$$

不相撞的最小距离就是在前 20 s 的距离差,代 入时间求出两车位移,可得

$$x_0 = x_2 - x_1 = 100 \text{ m}$$

教师评析:此法关键于理解物理过程中的"追", "追"的速度本质要求 $v_n > v_{in}$,只有后方速度大于前方,才有"追"的事实成立,否则是前物甩开后物.以此寻找临界条件,就是通常所说"一个条件,两种关系",即追及相遇问题的速度条件、位移关系和时间关系. 学生多会呈现此法,9 种情况就可以直接分解为两种,速度大追速度小和速度小追速度大,最终分析的要点就是速度条件了.

3.3 图像法

画出两车运动过程的 v-t 图如图 2 所示,同解法 2 容易计算出经过时间 20 s 甲、乙两车速度相等.

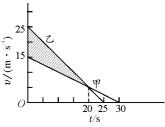


图 2 两车运动过程的 v-t 图

如图 2 所示,刚好不相碰时,两车的速度达到相等,乙车比甲车多行驶距离为阴影部分面积,此面积容易求得即为相距的最小距离

$$x_0 = \frac{1}{2} \times (25 - 15) \times 20 \text{ m} = 100 \text{ m}$$

教师评析:v-t 图是解决追及相遇问题的一把"利器",其妙处在于形象地将两物体运动归纳到一幅图上来,利用图像可以很直观看出速度关系,进而定出位移关系.但是运动图像法前提需要对两物体运动的物理过程有透彻的认识,这样解法才便捷可靠,图像法解决追及相遇问题可以说是数形结合的一个典范.

3.4 转换参考系法

以前面的甲车为参考系,那么乙车相对于甲车的相对速度为

 $v_{21} = v_2 - v_1 = (25 - 15) \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$ 乙车相对于甲车的相对加速度为

$$a_{21} = a_2 - a_1 = (1 - 0.5) \text{ m/s}^2 = 0.5 \text{ m/s}^2$$

这样,相当于甲车静止,乙车以初速度 $v_{21} = 10$ m/s,加速度大小 $a_{21} = 0.5$ m/s² 做匀减速直线运动,要使两车不相撞,最小距离为

$$x_0 = \frac{v_{21}^2}{2a_{21}} = 100 \text{ m}$$

高中物理中"类弹簧问题"的解读和拓展

叶 萍 徐新兵 (苏州市甪直中学 江苏 苏州 215127) (收稿日期:2017-10-26)

摘 要:结合教学实践,从近年高考题和模拟题出发,对类弹簧问题进行分析、解读和拓展. 关键词:类弹簧问题 解读 拓展

仔细研究近几年的高考试卷,不难发现,"类弹簧问题"已成为出题的热点.之所以取名"类弹簧",是因为这类问题有个共同点:如同小球压弹簧一样,释放之前速度是零,之后速度也是零,但是中间过程速度不是零.此类问题各人都有生活体验,却又未曾研究,它涉及多个力的动态变化,综合牛顿定律、运动学公式、超重和失重、功和能等知识,能很好地考查学生的综合分析能力和逻辑思维能力.它强调了对学生的综合能力、创新能力和实践能力的考查.如2017年高考江苏卷第9题,该题要求学生分析小球由静止释放下降到最低点时的各种信息,否则此题无法得到正确答案.它是对学生各项能力的综合测试,考生解此题时不是想不到就是想不周到,得分率很低.可见,在高考命题从知识立意转向能力立意的形势下,要求我们在平时的教学中应充分意识到物

理即生活,全面培养学生的创新思维能力和创新设计能力.

下面结合自己的教学实践,仅从近年的高考题和高三模拟考试题出发,对此类问题谈些粗浅认识,与大家共商.

先看一个有关弹簧的问题.

【例 1】如图 1 所示,轻弹簧下端固定在水平面上.一个小球从弹簧正上方某一高度处由静止开始自由下落,接触弹簧后把弹簧压缩到一定程度后停止下落.在小球下落的这一全过程中,下列说法中正确的是()

- A. 小球刚接触弹簧瞬间速度最大
- B. 从小球接触弹簧起加速度变为竖直向上
- C. 从小球接触弹簧到到达最低点,小球的速度 先增大后减小

刹车时间 $t = \frac{v_{21}}{a_{21}} = 20 \text{ s}$

教师评析:追及相遇问题使用转换参考系的方法,本质上是将两体问题转化为单体问题.转换参考系方法的核心是相对运动的计算,所谓相对运动除了相对速度之外,还需要考虑相对加速度和相对位移.运动学中3个重要的参量位移、速度和加速度均为矢量,均要用相对量来处理.相对运动思想还可以处理更复杂的曲线运动问题.

4 结束语

追及相遇问题通常使用的 4 种方法可以把运动 学问题核心思想方法包含进去,领悟这些思想方法 可以迁移到后续更复杂的问题,如"传送带模型"问 题、"滑块木板模型"问题、带电粒子在电磁场中的 运动、电磁感应中的导体棒运动等. 在教学上可以设计为层层演进,由学生来板书实施解法并对班级学生宣讲,这是课堂里的"放". 教师作为"导演"和观察者总结提升每种解法的物理内涵,特别注意 4 种解法蕴含的物理思想揭示: 函数法是体现函数思想,临界法是用临界的思想,图像法是数形结合的思想,转换参考系是相对运动的思想—— 这是课堂里的"收". 学生探索,教师同步走并提升,在师生愉快的对话共享中领悟智慧,不失为利用"一题多解"构建"共享式"物理课堂的好例子.

参考文献

- 1 钟启泉. 教学设计的两种范式. 基础教育课程, 2017(07):91
- 2 李镇西. 教育的智慧. 青岛: 青岛出版社, 2014. 35~44